

# Determinant-formlen

**Opg 1:** Bestem løsningen til følgende ligningssystem ved at isolere  $y$  i det ene og indsætte i det andet

$$1) \quad \begin{aligned} 2x+3y &= 7 \\ x+2y &= 4 \end{aligned}$$

$$2) \quad \begin{aligned} 2x-2y &= 2 \\ 3x-4y &= 1 \end{aligned}$$

Vi skal nu se på en anden metode til at løse den slags problemer, men først indfører vi en størrelse vi kalder *determinanten* ved

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$$

Indtil videre er determinanten bare en teknisk størrelse uden et klart indhold for jer!

**Opg 2:** Udregn følgende determinanter

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} =$$

Hvis ligningssystemet

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2$$

har én løsning, så er løsningen

$$(x, y) = \left( \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \right)$$

Vi kalder nogle gange formelen for CBAC (Sebach!!)-formlen efter rækkefølgen i tællerne).

**Ex:** Ligningssystemet

$$5x-3y=5$$

$$3x-2y=2$$

har løsningen

$$(x, y) = \left( \frac{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} \right) = \left( \frac{-4}{-1}, \frac{-5}{-1} \right) = (4, 5)$$

**Opg 3:** I opgave 1 så vi først på ligningssystemet

$$\begin{aligned} 1) \quad & 2x+3y=7 \\ & x+2y=4 \end{aligned}$$

Determinant-formelen for løsningen bliver (regn selv færdig)

$$(x, y) = \left( \frac{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} \right) =$$

**Opg 4:** Bestem løsningen for det andet ligningssystem i opg 1

$$\begin{aligned} 2) \quad & 2x-2y=2 \\ & 3x-4y=1 \end{aligned}$$

vha determinantformlen.

**Opg 5:** Bestem vha determinantformlen løsningen til følgende ligningssystemer:

$$\begin{aligned} 1) \quad & x+3y=7 \\ & 2x+y=9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & 3x-y=2 \\ & x+y=10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & 2x+5y=0 \\ & x+2y=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & 2x+y=3 \\ & x-2y=3 \end{aligned}$$

**Opg 6:** Med determinant-formelen finder vi præcis en løsning når der er præcis en løsning. Følgende to ligninger er ligninger for to linier der ligger parallelt. Bestem hældningskoefficienten for dem begge.

$$\begin{aligned} & 4x-2y=2 \\ & 2x-y=0 \end{aligned}$$

Hvad sker der hvis vi alligevel prøver at indsætte i determinantformlen.

**Opg 7:** I følgende opgaver skal du først bringe dem på den rigtige form inden du løser dem vha determinantformlen.

$$\begin{aligned} 1) \quad & x+y+1=0 \\ & 2x-y=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & y=2x+1 \\ & 2x+y=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & x+2y-4=0 \\ & 3y+1=0 \end{aligned}$$

**Facitliste:**

Opg 1 (x,y)=(2,1) (x,y)=(3,2)	Opg 3 og 4 som opg 1	Opg 6 a=2
Opg 2 10 -4 0 4	Opg 5 (4,1) (3,7) (5,-2) (1,8 ; -0,6)	Opg 7 ( $\frac{2}{3}$ ; -5/3) ( $\frac{1}{4}$ ; 1½) ( $4\frac{2}{3}$ ; - $\frac{1}{3}$ )