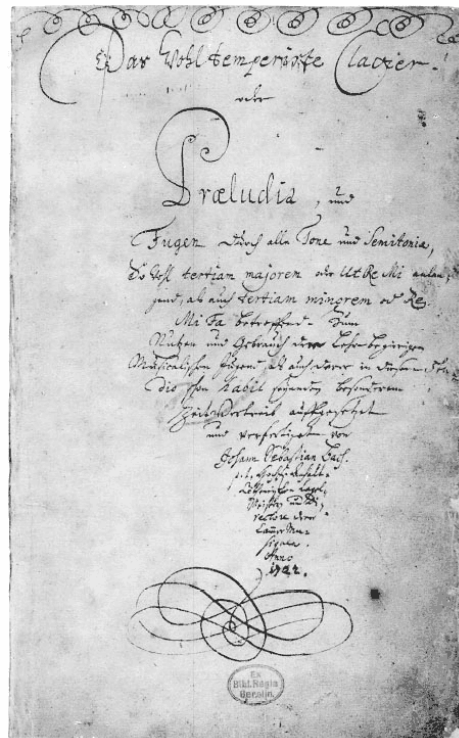


”Kunst og Virkelighed”



Nogle indledende betragtninger over Johann Sebastian Bach: ”Das Wohltemperierte Klavier”

Lars Pryn, 2009

”Kunst og Virkelighed”

”Kunst og Virkelighed”

*Nogle indledende betragtninger over
Johann Sebastian Bach:
”Das Wohltemperierte Klavier”*



Lars Pryn, 2009

”Kunst og Virkelighed”
Nogle indledende betragtninger over
Johann Sebastian Bach:
”Das Wohltemperierte Klavier”
©Lars Pryn, 2009

Kontakt:

Lars Pryn
Kovangen 603
3480 Fredensborg
Tlf. 48 48 25 94
e-mail: larspryn@hotmail.com

Indhold

Indledning	7
Temperaturproblemet	7
Perspektiver	22
Illustrationer, tabeller mv.	31

Indledning

Das Wohltemperierte Klavier af Johann Sebastian Bach (1685 – 1750) er ikke alene et af den vestlige verdens betydeligste kunstværker. Det er også et værk, som i ganske særlig grad sætter fokus på selve fundamentet for flere hundrede års europæisk musikkultur: et tonesystem og en stemning, som muliggør flerstemmig musik i dur og mol med ubegrænset tonal bevægelsesfrihed. Et sådant tonesystem kan sammenlignes med cirkelens kvadratur. Matematisk set er begge dele umulige. Ikke desto mindre har Das Wohltemperierte Klavier i snart 300 år været en kunstnerisk realitet. Om dette paradoks og nogle perspektiver heri handler det følgende. Fremstillingen tager udgangspunkt i en række illustrationer, tabeller mv. (Fig. I – XXVIII), som jeg i tidens løb har udarbejdet til undervisningsbrug.

For en bredere introduktion samt analyse af de enkelte satser henvises til Alfred Dürr: Johann Sebastian Bach: Das Wohltemperierte Klavier, Bärenreiter 1998. Heri findes også en omfattende litteraturliste.

Temperaturproblemet

I 1722 færdiggjorde Johann Sebastian Bach den samling præludier og fugaer, der almindeligvis går under betegnelsen "*Das Wohltemperierte Klavier I*". Autografens smukt kalligraferede titelblad er gengivet på Fig. I og Fig II. Ved "*Præludia, und Fugen durch alle Tone und Semitonia, So wohl tertiam majorem oder Ut Re Mi anlangend, als auch tertiam minorem oder Re Mi Fa betreffend*" forstås præludier og fugaer i såvel dur som mol med grundtone på hver af den kromatiske skalas 12 halvtone-

trin; med andre ord: præludier og fugaer i C-dur og c-mol, Cis-dur og cis-mol, D-dur og d-mol osv. sluttende med H-dur og h-mol.

En snes år senere færdiggjorde han en tilsvarende samling. Den bevarede autograf, som næppe repræsenterer den endelige version af værket, er ufuldstændig og har intet titelblad. Der findes imidlertid en afskrift af en anden og formentlig senere version. Denne afskrift er dateret 1744 og er foretaget af Bachs elev og senere svigersøn Johann Christoph Altnickol (1719 – 1759). Titelbladet til denne afskrift er gengivet på Fig. III og Fig. IV. På baggrund heraf må det antages at være i overensstemmelse med Bachs intentioner, når denne samling almindeligvis kaldes *”Das Wohltemperierte Klavier II”*.

Den flerstemmighed, som karakteriserer ikke alene Das Wohltemperierte Klavier, men næsten hele den vestlige verdens musik, stiller særlige krav til tonesystemet, krav om konsonerende samklange, om harmonier. I 1558, dvs. mere end 100 år før Bachs fødsel, havde den italienske komponist og musikteoretiker Gioseffo Zarlino (1517 – 1590) udgivet en bog med titlen *”Le Istitutioni Harmoniche”*, hvori han argumenterede for et tonesystem, der bygger på treklangen: durtreklangen, som har stor tert og ren kvint, og moltreklangen, som har lille tert og ren kvint.

Grundlaget for både dur- og moltreklangen er partialtonerækken, hvoraf et udsnit med udgangspunkt i tonen c er vist på Fig. V. De lodrette streger forestiller en streng, der er vist såvel i sin helhed som delt i 2, 3, 4, 5, 6 osv. lige store dele. Derved fremkommer de toner, som er angivet på klaviaturet øverst på siden. Læg mærke til det reciprokke forhold mellem de relative svingningstal og de relative strengelængder.

Til grund for sit tonesystem lagde Zarlino et begreb, som han kaldte ”*senario*”. På latin betyder ”*senarius*” noget, ”som består af seks”, og de første seks partialtoner danner netop durtreklngen. Tallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6 har endvidere det til fælles, at de alle ”går op” i tallet 60. Det gør tallene 10, 12, 15, 20, 30 og 60 også, og mens 1., 2., 3., 4., 5. og 6. partialtone danner durtreklngen, danner 10., 12., 15., 20., 30. og 60. partialtone moltreklngen. Se Fig. VI.

Der skal i denne forbindelse erindres om, at tallet 60 var grundtallet i det babyloniske talsystem, som stadig anvendes i forbindelse med tid og rum. En time deles i 60 minutter à 60 sekunder, og cirklen deles i 360 grader. 360 er lig med 60 gange 6 eller, om man vil: 60 gange ”*senario*”.¹

Mens Zarlino således så en aritmetisk forklaring på tonesystemet, søgte astronomen Johannes Kepler (1571 – 1630) en geometrisk forklaring i cirkelns deling, som han jævnførte med delingen af en streng. Den enkleste form af durtreklngen dannes af 3., 4. og 5. partialtone svarende til $1/3$, $1/4$ og $1/5$ af strengen ². En cirkel kan netop deles i 3, 4 og 5 lige store dele ved at indskrive henholdsvis en ligesidet trekant, et kvadrat og en regulær femkant i cirklen som vist på Fig. VII. Moltreklngen dannes i sin enkleste form af 10., 12. og 15. partialtone svarende til $1/10$, $1/12$ og $1/15$ af strengen. Også disse brøkdele af cirkelns omkreds fremkommer, når den ligesidede trekant, kvadratet og den regulære femkant indskrives i en og samme cirkel som vist på Fig. VIII.

¹ Tallet 6 har i øvrigt stor symbolsk betydning. I henhold til Første Mosebog var Gud netop 6 dage om at skabe verden, hvilket *kan* hænge sammen med den omstændighed, at 6 er det første ”perfekte tal”, dvs. et tal, som er lig med summen af sine faktorer (1 medregnet, men naturligvis ikke tallet selv). De ”perfekte tal” vokser meget hurtigt i størrelse: 6, 28, 496, 8128, 33550336 osv., og der kendes kun få.

² Tallene 3, 4 og 5 udgør endvidere det enkleste pythagoræiske talsæt, idet $3^2 + 4^2 = 5^2$. En trekant med sidelængderne 3, 4 og 5 vil altså være en retvinklet trekant.

Disse tre regulære polygoner danner sidefladerne i de fem regulære polyedre: tetraeder, oktaeder og ikosaeder, som består af henholdsvis 4, 8 og 20 kongruente ligesidede trekanten, hexaeder (eller terning), som består af 6 kongruente kvadrater og dodekaeder, som består af 12 kongruente regulære femkanter. Se Fig. IX.

Den schweiziske matematiker Leonhard Euler (1707 – 1783) har påvist, at der i polyedre hersker et konstant forhold mellem antallet af flader, hjørner og kanter. Eulers polyedersætning kan formuleres således:

$$\text{flader} + \text{hjørner} - \text{kanter} = 2.$$

For de fem regulære polyedres vedkommende er tallene anført i tabellen på Fig. X. Læg mærke til, at samtlige tal svarer til partialtoner, som indgår i dur- og moltreklangene. Læg endvidere mærke til, at hexaeder og oktaeder er inverse forstået på den måde, at hexaederet har 6 flader og 8 hjørner, mens oktaederet har 8 flader og 6 hjørner. Tilsvarende gælder for forholdet mellem dodekaeder og ikosaeder, idet dodekaederet har 12 flader og 20 hjørner, mens ikosaederet har 20 flader og 12 hjørner. I sit hovedværk *"Harmonices Mundi"* fra 1619 har Kepler demonstreret, hvorledes et hexaeder følgelig indeholder et oktaeder og omvendt, samt hvorledes et dodekaeder indeholder et ikosaeder og omvendt. En side fra *"Harmonices Mundi"*, hvor disse og andre relationer de regulære polyedre imellem er illustreret, er gengivet på Fig. XI.

Den dybe fascination af geometri i almindelighed og de regulære polyedre i særdeleshed er baggrunden for illustrationen på Fig. XII, som stammer fra Keplers ungdomsværk *"Mysterium Cosmographicum"* fra

1596. Heri forestillede han sig, at planeterne bevæger sig i sfærer, hvis indbyrdes afstand er bestemt af indskrevne henholdsvis omskrevne regulære polyedre. Senere opdagede han imidlertid, at planeterne bevæger sig i elliptiske og ikke i cirkulære baner, og derfor måtte han forlade den opfattelse, han havde givet udtryk for i *"Mysterium Cosmographicum"*.

Med ovenstående fremstilling har jeg forsøgt at antyde nogle af de quadriviale ³ forestillinger om en altomfattende harmoni, som er en vigtig forudsætning for det tonesystem, der danner grundlag for Das Wohltemperierte Klavier. Det skulle gerne fremgå, at disse forestillinger har en vis om end begrænset gyldighed. På lignende måde viser det sig, at også tonesystemet kun lader sig realisere matematisk eksakt i begrænset omfang.

De grundlæggende regler for akkorders opbygning og indbyrdes relationer er beskrevet af Jean Philippe Rameau (1683 – 1764), hvis første teoretiske værk *"Traité de l'Harmonie réduite à ses Principes naturels"* udkom i 1722.

På Fig. XIV er vist en opstilling, der illustrerer dur- og moltreklangenens indbyrdes forhold. Hvor tre toner kan forbindes til en trekant, der peger mod højre – f.eks. tonerne c, e og g – fremkommer en durtreklang. Hvor tre toner kan forbindes til en trekant, der peger mod venstre – f.eks. tonerne e, g og h – fremkommer en moltreklang.

Tre durtreklange i indbyrdes kvintafstand indeholder tilsammen alle tonerne i en durskala, ligesom tre moltreklange i indbyrdes kvintafstand tilsammen indeholder alle tonerne i en ren molskala. Dette forhold er demonstreret på Fig. XV, hvor C-dur er anvendt som eksempel. Her er

³ Quadrivium ("Firvejen") er middelalderens og renessancens sammenlignende studium af fagene aritmetik, geometri, astronomi og musik. Det er tankevækkende, at musik har været opfattet som et naturvidenskabeligt fag!

den midterste treklang bestående af tonerne c, e og g tonika, den nederste treklang bestående af tonerne f, a og c er subdominant, og den øverste treklang bestående af tonerne g, h og d er dominant. Den smukke symmetri understreges yderligere af den omstændighed, at mens tonika altid er en ren treklang, får såvel subdominant- som dominanttreklangen ofte tilføjet en fjerde tone. For subdominantens vedkommende er det den store sekst, her tonen d, som samtidigt er dominantens kvint. For dominantens vedkommende er det den lille septim, her tonen f, som samtidigt er subdominantens grundtone.

Der består således en stærk affinitet mellem akkorderne i forbindelsen: tonika – subdominant med tilføjet sekst – dominantseptimakkord – tonika, og med netop denne forbindelse indleder Bach – næsten som en programerklæring – C-dur præludiet i første bind af *Das Wohltemperierte Klavier* og dermed hele værket. Se nodeeksempel Fig. XIII. Allerede få takter senere opstår der imidlertid problemer. For at anskueliggøre dette er det nødvendigt at vende tilbage til ”*senario*” og se nærmere på de intervaller, der findes mellem de første seks partialtoner. Se Fig. XVI.

Intervalleret mellem 1. og 2. partialtone er en oktav. Oktavens relative svingningstal er følgelig $2/1$. Relative svingningstal er forholdstal og derfor komplicerede at regne med: man kan ikke lægge sammen og trække fra, men kun gange og dividere. For overskuelighedens skyld omregner man derfor de relative svingningstal til cent. En cent er en logaritmisk tolvhundrededel af en oktav. Man kan altså sige, at oktaven ”måler” 1200 cent.

Intervalleret mellem 2. og 3. partialtone er en kvint. Kvintens relative svingningstal er således $3/2$, hvilket man omregner til cent ved at gange

logaritmen til $3/2$ med en faktor, der hedder 1200 divideret med logaritmen til 2. Resultatet er 701,955... cent, hvilket for overskuelighedens skyld kan afrundes til nærmeste hele tal: 702 cent. Mellem 3. og 4. partialtone er der en kvart, som på tilsvarende måde ”måler” 498,045... \approx 498 cent, mellem 4. og 5. partialtone en stor tert, som ”måler” 386,31371... \approx 386 cent og mellem 5. og 6. partialtone en lille tert, som ”måler” 315,64129... \approx 316 cent.

Tabellerne på Fig. XVII og Fig. XVIII viser henholdsvis de relative svingningstal og centværdierne for de toner, der er anført i opstillingen på Fig. XIV. Tonen c i midtersøjlen på Fig. XIV har det relative svingningstal 1 på Fig. XVII og centværdien 0 på Fig. XVIII. Tonerne er i fornødent omfang oktaveret op eller ned, så de alle ligger inden for samme oktav.

En analyse af Fig. XIV, XVII og XVIII afslører problemerne i tonesystemet. Læg mærke til, at den samme tone, f.eks tonen c, står flere steder på Fig. XIV. Af Fig. XVII og XVIII fremgår det imidlertid, at den har forskelligt relativt svingningstal og forskellig centværdi alt efter, hvor på siden den står. Læg endvidere mærke til, at enharmoniske toner, f.eks tonerne gis og as, ligeledes er forskellige. På Fig. XIX, XX, XXI og XXII uddybes problemerne:

Fig. XIX: Med udgangspunkt i tonen c bevæger vi os 4 kvinter opad: til g, d, a og e. Dette e vil vi også nå, hvis vi – stadig med udgangspunkt i tonen c – i stedet bevæger os 2 oktaver + 1 stor tert opad. Problemet består i, at 4 kvinter ”måler” 4 gange 702 cent = 2808 cent, mens 2 oktaver + 1 stor tert ”måler” 1200 cent + 1200 cent + 386 cent = 2786 cent. Differencen på 22 cent (mere præcist: 21,506289 cent svarende til et relativt svingningstal på $81/80$) kaldes et syntonisk komma.

Fig. XX: Med udgangspunkt i tonen as bevæger vi os 12 kvinter opad: til es, b, f, c, g, d, a, e, h, fis, cis og gis. Tonen gis er enharmonisk med as, og dette as vil vi også nå, hvis vi – med samme udgangspunkt – i stedet bevæger os 7 oktaver opad. 12 kvinter ”måler” 12 gange 702 cent = 8424 cent. 7 oktaver ”måler” imidlertid 7 gange 1200 cent = 8400 cent. Differencen på 24 cent (mere præcist: 23,46001 cent svarende til et relativt svingningsstal på $531441/524288$) kaldes et pythagoræisk komma.

Fig. XXI: På lignende måde er 3 store tertser 42 cent (mere præcist: 41,058859 cent svarende til et relativt svingningstal på $128/125$) mindre end 1 oktav. Denne difference kaldes den lille diesis.

Fig. XXII: 4 små tertser er 64 cent (mere præcist: 62,565147 cent svarende til et relativt svingningstal på $648/625$) større end en oktav. Denne difference kaldes den store diesis.

Her vender vi tilbage til C-dur præludiet i første bind af Das Wohltemperierte Klavier. Se Fig. XIII. Det fremgår af Fig. XIV, XVII og XVIII, at såfremt tonikatreklagen (tonerne c, e og g), subdominanttreklagen (tonerne f, a og c) samt dominanttreklagen (tonerne g, h og d) udelukkende består af akustisk rene intervaller, dvs. intervaller i overensstemmelse med de relative svingningstal og centværdier, der fremgår af Fig. XVI, så er kvinten d – a ikke ren, men et syntonisk komma for lille, og dermed kan præludiets 6. takt ikke klinge rent, med mindre vi vil operere med forskellige værdier for samme tone.

Det syntoniske komma, det pythagoræiske komma, den lille diesis og den store diesis vil skabe problemer uanset, hvordan man forsøger at stemme klaveret.

På Fig. XXIII, XXIV og XXV er vist en oversigt over samtlige dur- og moltreklange på klaveret i forskellige stemninger. Treklange er ordnet kvintvis: øverst durtreklange (med stort bogstav), nederst moltreklange (med lille bogstav).

I pythagoræisk stemning (se Fig. XXIII) tilstræbes rene kvinter (ca. 702 cent). Dem kan der højst være 11 af, idet den 12. kvint, som vi har set på Fig. XX, må reduceres med et pythagoræisk komma, hvis oktaverne skal være rene, og det er et ufravigeligt krav. De 11 rene kvinter har imidlertid til følge, at tertsen bliver et syntonisk komma (ca. 22 cent) for stor i de fleste af durtreklange. Omvendt bliver tertsen et syntonisk komma for lille i de fleste af moltreklange.

Disse tertser blev ikke opfattet som acceptable for øret, og derfor opstod i løbet af renæssancen en anden fremgangsmåde, kaldet middeltonestemning (Fig. XXIII), som første gang er beskrevet af Pietro Aaron († 1545) i *"Thoscanello de la Musica"*, 1523. I middeltonestemning prioriteres de rene store tertser højest. Det indebærer, at 11 kvinter må reduceres med hver $\frac{1}{4}$ syntonisk komma (ca. 5 cent). Jævnfør Fig. XIX. Den 12. kvint "måler" til gengæld hele 738 cent og klinger så urent, at den kaldes *"ulvekvinten"*. Middeltonestemning klinger meget smukt i de rigtige tonearter, men begrænser i høj grad komponisternes bevægelsesfrihed, eftersom hele 4 durtreklange og 4 moltreklange er uanvendelige.

Den ekspansive dynamik, som er dur/mol-tonaliteten iboende, gjorde denne begrænsning uacceptabel, og man forsøgte på forskellige måder at gøre alle tonearter anvendelige. Et par eksempler skal anføres: I *"Musikalische Temperatur"* fra 1691 foreslog Andreas Werckmeister (1645 – 1706)

en række forskellige temperaturer. En af dem, kaldet Werckmeister III, er vist på Fig. XXIV.

I Werckmeister III er kvinterne $c - g$, $g - d$, $d - a$ og $h - fis$ reduceret med hver $1/4$ pythagoræisk komma (ca. 6 cent). Derved opnås ganske vist ingen helt rene tertser, men dog nogle, der er tæt på. Der er imidlertid stor forskel på treklangene: jo færre fortegn, jo bedre; jo flere fortegn, jo værre.

Også Bach-eleven Johann Philipp Kirnberger (1721 – 1783) har bidraget til klaverstemningens historie. Hans 3. forslag, kaldet Kirnberger III fra 1779 (de 2 første, Kirnberger I og Kirnberger II, er fra henholdsvis 1766 og 1771) er ligeledes vist på Fig. XXIV.

I Kirnberger III er kvinterne $c - g$, $g - d$, $d - a$ og $a - e$ reduceret med hver $1/4$ syntonisk komma. Desuden er kvinten $fis - cis$ reduceret med et schisma (ca. 2 cent), som er differencen mellem et pythagoræisk og et syntonisk komma. I Kirnberger III er der 1 helt ren stor tert, nemlig tertsen $c - e$. I øvrigt gælder som i Werckmeister III: jo færre fortegn, jo bedre; jo flere fortegn, jo værre.

Et bemærkelsesværdigt forslag er publiceret af John Charles Francis i artiklen *"Das Wohltemperirte Clavier – Pitch, Tuning and Temperament Design"*, 2005 ⁴. I forlængelse af teorier fremsat af Andreas Sparschuh og Michael Zapf anser Francis ornamentet øverst på titelbladet til første bind af *Das Wohltemperierte Klavier* (se Fig. I) for at være Bachs anvisning på, hvorledes klaveret skulle stemmes. Ornamentet består af 11 "sløjfer". De første 3 har hver 1 "knode", de næste 3 har ingen "knuder", og de resterende 5 har hver 2 "knuder". Ifølge Francis repræsenterer de

⁴ På web-adressen: http://www.bach-cantatas.com/Articles/Das_Wohltemperirte_Clavier.htm#Topx

11 ”sløjfer” kvarterne c – f, f – b, b – es, es – as/gis, gis – cis, cis – fis, fis – h, h – e, e – a, a – d og d – g. ”Knuderne” repræsenterer svævninger pr. sekund.

En svævning er et akustisk fænomen, der opstår, når 2 toner med næsten samme frekvens, f.eks. 440 Hz og 441 Hz, klinger samtidigt. Svingningerne vil i så fald være i fase 1 gang pr. sekund og i modfase 1 gang pr. sekund. Det vil lyde, som om tonen förstærkes og svækkes 1 gang pr. sekund.

I kvarten c – f vil c’ets 4. partialtone falde sammen med f’ets 3. partialtone, og så vil disse partialtoner danne svævning, såfremt de ikke har samme frekvens:

1		2		3		4
c	d e f g a h	c	d e f	g	a h	c
	1		2		3	
	f	g a h c d e	f	g a h	c	

Med udgangspunkt i tonen c = 249 Hz stemmes tonen f . Kvartens relative svingningstal er $\frac{4}{3}$ (se Fig. XVI), og $\frac{4}{3}$ gange 249 Hz er 332 Hz. Kvarten c – f skal imidlertid øges, så den svæver 1 gang pr. sekund. Da det er f’ets 3. partialtone, der giver sammenstødet, og ikke tonen f selv, skal der kun lægges $\frac{1}{3}$ Hz til. Således stemmes f = 332,33333... Hz. Se Fig. XXV.

På tilsvarende måde stemmes kvarten f – b. Den næste kvart, b – es, overskrider oktaven i forhold til udgangspunktet c. Derfor stemmes i stedet en kvint ned, en procedure, der gentages hver gang, oktaven overskrides. De næste 3 kvarter er rene, hvorefter der følger 5 kvarter, som skal svæve 2 gange pr. sekund. For deres vedkommende skal frekvensen

derfor øges med $2/3$ Hz. Endelig kan man med meget stor nøjagtighed nå tilbage til udgangspunktet ved at stemme $g - c$, så der fremkommer 1 svævning pr. sekund. En analyse af denne stemning viser, at den bl.a. adskiller sig fra Werckmeister III og Kirnberger III ved, at det er tertsen $g - h$, der er den bedste store tert, mens $h - d$ er den bedste lille tert.

Den mest radikale løsning på problemerne er imidlertid den såkaldt ligesvævende temperatur, der deler oktaven i 12 lige store halvtonetrin à 100 cent. Derved bliver størrelsen på alle kvinter 700 cent, dvs. de er ca. 2 cent for små, alle store tertser 400 cent, dvs. ca. 14 cent for store og alle små tertser 300 cent, dvs. ca. 16 cent for små. Se Fig. XXVI.

Den ligesvævende temperatur har – fra Bachs tid til i dag – givet anledning til megen uforsonlig strid mellem tilhængere og modstandere. I en tankevækkende artikel, "*The Hänfling/Bümler Temperament a Trigger for Bach's Well-Tempered Clavier?*"⁵, har Thomas Braatz gengivet en monochord-inddeling for ligesvævende temperatur offentliggjort i Johann Matthesons (1681 – 1764) tidsskrift "*Critica Musica*" i juni 1722! På Fig. XXVII er gengivet en illustration fra Thomas Braatz' artikel. Beregningerne er meget nøjagtige med én undtagelse: For kvarten (her kaldet "*Quarta min.*") er anført tallet 2963,28 svarende til 519,37 cent. Et rigtigere tal er 2996,6141 svarende til 500,00003 cent.

Afslutningsvis skal det anføres, at der på Fig. XIV, XVII og XVIII findes en ret nøjagtig tilnærmelse til kvarten i den ligesvævende temperatur. Fra tonen c i midtersøjlen på Fig. XIV går vi 7 kvinter og 1 stor tert opad og når derved tonen eis , som er enharmonisk med tonen f . Af Fig. XVII og XVIII fremgår det, at tonens relative svingningstal (efter fornøden

⁵ På web-adressen: <http://www.bach-cantatas.com/Articles/EqTemp1722.pdf>

oktavering) er $10935/8192$ og centværdien $499,99872$. Hvis man i stedet fra tonen c bevæger sig 7 kvinter og 1 stor terts nedad, nås tonen as, som er enharmonisk med tonen g. Det relative svingningstal vil her (ligeledes efter fornøden oktavering) være $16384/10935$ svarende til $700,00128$ cent. Se Fig. XXVIII.

Det er desværre ikke muligt at afgøre, nøjagtigt hvilken stemning Bach sigtede til med titlen *"Das Wohltemperirte Clavier"*. Kilderne er ikke entydige. I nekrologen skriver sønnen Carl Philipp Emanuel Bach (1714 – 1788) og eleven Johann Friedrich Agricola (1720 – 1774) følgende: *"Die Clavicymbale wußte er, in der Stimmung, so rein und richtig zu temperiren, daß alle Tonarten schön und gefällig klangen. Er wußte, von keinen Tonarten, die man, wegen unreiner Stimmung, hätte vermeiden müssen."*⁶ Dette bringer ikke megen klarhed, men udelukker dog middeltonestemming.

Mere oplysende er følgende citat fra *"Versuch über die musikalische Temperatur"*, 1776 af Friedrich Wilhelm Marpurg (1718 – 1795): *"Der Hr. Kirnberger selbst hat mir und andern mehrmahl erzählet, wie der berühmte Joh. Seb. Bach ihm, währen der Zeit seines von demselben genoßnen musikalischen Unterrichts, die Stimmung seines Claviers übertragen, und wie dieser Meister ausdrücklich von ihm verlanget, alle großen Terzen etwas scharf zu machen. In einer Temperatur, wo alle großen Terzen etwas scharf, d. i. wo sie alle über sich schweben sollen, kann unmöglich eine reine große Terz statt finden, und sobald keine reine große Terz statt findet, so ist auch keine um $81 : 80$ ⁷ erhöhte große Terz möglich. Der Hr.*

⁶ Bach-Dokumente III/666

⁷ Dvs. en terts, som er et syntonisk komma for stor. Jævnfør Fig. XIX.

*Capellmeister Joh. Seb. Bach, welcher nicht ein durch einen bösen Calcul verdorbnes Ohr hatte, mußte also empfunden haben, daß eine um 81 : 80 erhöhte große Terz ein abscheuliches Intervall ist.”*⁸

Marpurgs oplysninger er imidlertid problematiske. For det første er de i åbenlys modsætning til oplysningerne i et brev fra Carl Philipp Emanuel Bach til forfatteren af den første Bach-biografi, Johann Nikolaus Forkel (1749 – 1818). I dette brev, som er fra 1774, skriver Carl Philipp Emanuel Bach: *”Das reine stimmen seiner Instrumente so wohl, als des ganzen Orchestres war sein vornehmstes Augenmerck. Niemand konnte ihm seine Instrumente zu Dancke stimmen u. bekielen. Er that alles selbst.”*⁹ For det andet er det notorisk forkert, at *”sobald keine reine große Terz statt findet, so ist auch keine um 81 : 80 erhöhte große Terz möglich.”* Werckmeister III er et eksempel på, at det udmærket kan lade sig gøre. Se Fig. XXIV.

Det er en nærliggende antagelse, at Kirnberger III repræsenterer den autentiske Bach-stemning, eftersom Kirnberger jo var elev af Bach. Det rejser imidlertid spørgsmålet om, hvorfor Kirnberger så først offentliggjorde den i 1779 – efter Kirnberger I og II (fra henholdsvis 1766 og 1771), som er væsentligt ringere.

Den stemning, som er beskrevet på Fig. XXV, må også tages i betragtning. Dels er det en god stemning, dels forekommer det usandsynligt, at ornamentet øverst på autografens titelblad udelukkende tjener dekorative formål. Men også her kan rejses indvendinger. For det første forudsætter et vellykket resultat, at udgangspunktet, tonen c, stemmes i nøjagtigt 249 Hz, hvilket formentlig har været vanskeligt i 1722. For det andet må man spørge, hvorfor Bach skulle have beskrevet sin stemning så hemmelig-

⁸ Bach-Dokumente III/815

⁹ Bach-Dokumente III/801.

hedsfuldt, at hverken hans sønner eller elever øjensynligt har kendt til den. I betragtning af den centrale plads, *Das Wohltemperierte Klavier* indtager blandt Bachs værker, forekommer det meget besynderligt.

Med til billedet hører også en bemærkning af Forkel i hans *”Vorlesungen”* fra 1772 og 1777: *”Selbst der in der Mathematik so gelehrte Johann Sebastian Bach habe sich in diesen Fragen nach der Natur, nicht nach der Regel gerichtet, und die ganze Mathematisirerei habe noch nicht einmal den Erfolg gehabt, die Durchführung einer einwandfreien Temperatur zu gewährleisten.”*¹⁰ I fuld overensstemmelse hermed skriver Carl Philipp Emanuel Bach d. 13. januar 1775 om sin far i et brev til Forkel: *”Der seelige war, wie ich u. alle eigentlichen Musici, kein Liebhaber, von trocknem mathematischen Zeuge.”*¹¹

Spørgsmålet om den ligesvævende temperaturs berettigelse i forbindelse med *Das Wohltemperierte Klavier* hænger nøje sammen med spørgsmålet om, hvorvidt karakteren af de forskellige satser kan antages at afspejle en objektiv forskel i de forskellige tonearters væsen forårsaget af forskelle i intervalstørrelsen de forskellige tonearter imellem, således som det bl.a. er tilfældet i de stemninger, der er beskrevet på Fig. XXIV og XXV. Et entydigt svar herpå kan næppe gives; men det må ikke glemmes, at Bach i flere tilfælde har transponeret allerede eksisterende satser med henblik på at få alle tonearter repræsenteret.

Vi må således affinde os med, at spørgsmålet om den autentiske Bachstemning er uafklaret og vil vedblive at være det, medmindre hidtil ukendt kildemateriale dukker op. Én ting må man imidlertid til stadighed være opmærksom på: uanset hvordan man stemmer et klaver, vil den

¹⁰ Bach-Dokumente III/772.

¹¹ Bach-Dokumente III/803.

samlede afvigelse fra rene intervaller være konstant. Hvis oktaverne skal være rene, må 12 på hinanden følgende kvinter sammenlagt reduceres med et pythagoræisk komma, 3 på hinanden følgende store tertser sammenlagt øges med en lille diesis og 4 på hinanden følgende små tertser sammenlagt reduceres med en stor diesis. Det drejer sig altså udelukkende om, hvordan afvigelserne skal fordeles og ikke om, hvor store de er.

Perspektiver

Das Wohltemperierte Klavier forudsætter en stemning, der giver ubegrænset tonal bevægelsesfrihed. Selvom der på klaveret rent fysisk kun er 12 forskellige toner inden for oktaven, fungerer og noteres de i Das Wohltemperierte Klavier som mere end dobbelt så mange: fra dobbelt b'er til dobbelt krydser. Prisen herfor er urene intervaller, hvilket betyder, at det, vi i kunstnerisk sammenhæng accepterer som f.eks. en stor terts eller en ren kvint, i virkeligheden er et andet interval, som nok ligner, men ikke er en stor terts eller en ren kvint. Det rejser et spørgsmål, der er lige så foruroligende, som det er fundamentalt: Hviler Das Wohltemperierte Klavier og hele den musikkultur, der bygger på de samme præmisser, dybest set på et bedrag, på en illusion?

Spørgsmålet giver anledning til overvejelser, som rækker langt ud over det musikalske i snæver forstand: overvejelser over forholdet mellem kunst og virkelighed eller mere præcist formuleret: forholdet mellem – på den ene side – vores bevidsthed med dens drømme, længsler, visioner, som de udtrykkes kunstnerisk, og – på den anden side – den tvingende

matematiske logik, de nøgne kendsgerninger, *"la dure nécessité, maîtresse des hommes et des dieux"*.¹²

En helt særlig betydning får denne problemstilling i forbindelse med oplevelsen af tab, som er så fundamentalt et livsvilkår: kærestesorg, skilsmisse, sygdom, ulykke, død.

På Bachs tid var døden en hyppig gæst, som han meget tidligt stiftede bekendtskab med: begge hans forældre døde, før han fyldte 10 år. Af hans i alt 20 børn levede kun halvdelen, til de blev voksne, og en af dem, Johann Gottfried Bernhard, døde endda før sin far kun 24 år gammel. I sommeren 1720 fik han ved hjemkomsten fra en rejse til Carlsbad med fyrst Leopold meddelelse om, at hans elskede hustru, Maria Barbara, var død – og begravet.

Man siger, at "tiden læger alle sår", men i den udstrækning det er rigtigt, betyder det blot, at tabet er fuldstændigt. Er såret lægt og sorgen og smerten glemt, er der intet tilbage. I fortællingen "Ib og Adelaide" lader Karen Blixen (1885 – 1962) Ibs svigtede og forladte elskerinde sige: *"Der kommer en Aften, hvor jeg siger til mig selv: "Hele denne Dag har jeg ikke tænkt paa Ib." Og det bliver den værste Elendighed af det hele."*¹³

Kunst har ofte været anvendt som et middel til at undgå denne *"værste Elendighed"* – de ni muser er jo døtre af Zeus og Mnemosyne (dvs. Erinringen) – og til at formulere og dermed fastholde den kærlighed til det tabte, som sorgen er udtryk for. Men hvis det skal lykkes, uden at man låser sig selv fast i fortiden og derved afskriver de muligheder, som fremtiden kunne bringe, stilles der ganske særlige krav til kunsten og dens forhold til virkeligheden.

¹² "den hårde nødvendighed, menneskers og guders herskerinde." Karen Blixen: Den afrikanske Farm, Det Danske Sprog- og Litteraturselskab 2007, s. 186 med note s. 383.

¹³ Karen Blixen: *"Sidste Fortællinger"*, Gyldendal 1957, s. 259.

Netop dette forhold er et centralt tema i Karen Blixens forfatterskab. Ligesom Bach stiftede hun tidligt bekendtskab med døden: hendes elskede og beundrede far hængte sig kort før hendes 10 års fødselsdag. *”Det var blevet sagt at han var syg. En af de voksne kom ind i stuen, og Tanne (Karen Blixens kælenavn) spurgte: ”Hvordan har Fader det?” og fik svaret at han var død. Lidt efter sagde hendes søster Ea til en af de voksne: ”Tanne ryster sådan.”*¹⁴

Denne traumatiske oplevelse var kun den første af en lang række. I 1937 udkom et af hendes hovedværker, *”Den afrikanske Farm”*, som karakteristisk nok begynder med sætningen: *”Jeg **havde** en Farm i Afrika ved Foden af Bjerget Ngong.”* (Min fremhævelse). I Afrika mistede hun sit helbred, sit ægteskab, venner, sin elsker Denys Finch-Hatton, som faldt ned med sin flyvemaskine og blev dræbt, og sidst, men ikke mindst, farmen, en kaffeplantage i Kenya, som hun gennem 17 år forgæves prøvede at gøre rentabel. Med farmen mistede hun hele den verden og alle de mennesker, som betød selve livet for hende. I 1931, kort efter Denys Finch-Hattons død, måtte hun vende hjem til Danmark, syg, ruineret – hendes bror måtte sende hende penge til hjemrejsen – og i en alder af 46 år flytte ind hos sin gamle mor på Rungstedlund.

Det er imidlertid ikke kun i *”Den afrikanske Farm”*, Karen Blixen har behandlet de år i Afrika, som hun betragtede som sit egentlige liv. I den sidste bog, hun udgav, *”Skygger paa Græsset”*, som udkom i 1960, vendte hun tilbage hertil. Bogen indeholder et kapitel, som har særlig interesse i forbindelse med forholdet mellem kunst og virkelighed. Det drejer sig om *”BARUA A SOLDANI”* – ”Kongens Brev”.

¹⁴ Frans Lasson og Clara Svendsen: Karen Blixen, En digterskæbne i billeder, Gyldendal 1969, s. 43.

Historien handler kort fortalt om en ung kikuyu ved navn Kitau, der var kommet alvorligt til skade i forbindelse med rydning af et stykke skov. Han blev ramt af et faldende træ og hans ene ben knust under det. Karen Blixen sendte folkene tilbage til farmen efter en bil, så de kunne køre den kvæstede til hospitalet i Nairobi. Men der var langt til farmen, og det varede længe, før de kom med bilen. I mellemtiden lå den stakkels mand med stærke smerter og jamrede. I sin rådvildhed gjorde Karen Blixen et desperat forsøg. I lommen havde hun et brev fra kongen, Christian den 10., som havde skrevet og takket hende for et løveskind, hun havde sendt ham. Hun sagde til Kitau, at hun havde noget, der kunne lindre hans frygtelige smerter:

”Jeg har noget mzuri sana – ganske udmærket godt – jeg har et Barua a Soldani – et Brev fra Kongen hjemme i mit eget Land. Og det ved alle Mennesker at et Brev fra en Konge, mokone yake, – i hans egen Haand – det tager alle Smerter bort, hvor slemme de saa er.” Jeg tog Kongens Brev op, lagde det paa hans krampagtigt stønnende Bryst og stemmede min Haand imod det. Jeg tror at jeg – herude i Skoven hvor Kitau og jeg var saa at sige alene – prøvede at samle al den Kraft jeg havde i mig, i min højre Haand.

Det var underligt for mig selv at se, at mine Ord og min Bevægelse næsten med det samme sendte en Virkning gennem ham. Hans fortrukne Ansigt glattedes ud og blev stille, han lukkede Øjnene. Lidt efter aabnede han dem igen og saa paa mig og hans Blik var da saa ganske et lille Barns Blik, inden det endnu har lært sig at sige noget, at jeg blev næsten overrasket da han talte til mig. ”Ja,” sagde han, ”det er mzuri sana,” igen lidt

efter: ”Ja, det er mzuri sana,” og igen: ”Bliv ved at holde det fast paa mig, Msabu.”¹⁵

Langt om længe kom de med bilen, og hele vejen til hospitalet i Nairobi og ind på operationsstuen holdt Karen Blixen kongens brev mod Kitaus bryst. Rygtet om brevet med de magiske egenskaber spredtes blandt de indfødte på farmen, og hver gang en af dem var kommet til skade eller blevet syg, bad de om at låne det.

Hen mod slutningen af historien skriver Karen Blixen: ”Jeg har endnu Kongens Brev. Men nu er det ulæseligt, Skriften er udvisket og Papiret brunt og stift af gammelt, størknet Blod og Materie.”¹⁶ Til sidst sammenligner hun brevet med Christian den 4.s blodplettede tøj fra slaget på Kolberger Heide.

Karen Blixens vellykkede forsøg på at lindre Kitaus smerter med kongens brev er ikke i sig selv kunst i egentlig forstand; men hendes handling refererer direkte til en ældgammel forestilling om det sakrale kongedømme, en forestilling, hvis fortsatte betydning er baggrunden for, at monarkiet stadig eksisterer. Dermed rakte hun ned i den urgrund af mytisk stof og arketyperiske forestillinger, som også kunsten har sine rødder i.

Men: er selve hændelsen overhovedet inden for det muliges grænser? Kan et brev fra en konge fjerne smerterne fra et knust ben?

Karen Blixen døde i 1962, og flere år senere blev kongens brev, som er dateret den 23. december 1930, fundet på Rungstedlund: ”Det lå sammen med andre breve fra Afrika-årene i en støvet æske oven på et skab og havde øjensynligt ikke været rørt i lange tider.

¹⁵ Karen Blixen: Skygger paa Græsset, Gyldendal 1960, s. 67.

¹⁶ Op. Cit. s. 73.

Min første tanke var, at det måtte være et andet brev end det, der er omtalt i BARUA A SOLDANI. For dette var helt glat og uden pletter af nogen art, fuldstændig velbevaret efter fyrretyve års ophold i den hvide konvolut, hvori det var blevet sendt til Afrika. Men indholdet bortjog enhver tvivl – det var Kongens brev!” ¹⁷

I 1959, mens hun arbejdede på ”*Skygger paa Græsset*”, rejste den aldrende og sygdomssvækkede Karen Blixen til USA, hvor hun i løbet af tre en halv måned gennemførte et program, der var så anstrengende, at det nær havde taget livet af hende. Hun optrådte bl.a. flere gange i TV. I programmet ”*Writers of Today*” udtalte hun sig netop om forholdet mellem kunst og virkelighed og sagde: ”*I think you may say that art is the truth about facts*”. ¹⁸

Udtalelsen er – givetvis helt bevidst – paradoksal. Almindeligvis antages det jo, at kendsgerninger **er** sandheden, der dermed betragtes som en objektivt verificerbar størrelse, noget kvantitativt, der kan måles og vejes, og hvorom der kan herske konsensus. Når Karen Blixen bruger udtrykket ”*the truth about facts*” – ”sandheden **om** kendsgerninger” flyttes vægten fra kendsgerningerne selv til en fortolkning eller en tyding af dem. Dermed får sandheden et subjektivt element. I stedet for noget kvantitativt fokuseres på noget kvalitativt.

Udtalelsen kan suppleres af to andre citater – af to andre kunstnere – som på hver sin måde kaster lys over emnet.

Carl Nielsen (født 1865) døde lørdag d. 3. oktober 1931. Dagen efter bragte dagbladet Politiken det sidste interview med komponisten, et interview, som havde fundet sted mindre end fjorten dage tidligere. Heri

¹⁷ Frans Lasson: Lucifers barn. Efterskrift i Thorkild Bjørnvig: Pagten, Gyldendal 1974, s. 165.

¹⁸ Det pågældende klip fra udsendelsen kan ses i Anna von Lowzows og Marcus Mandals film ”*Karen Blixen – en fantastisk skæbne*.” Nordisk Film TV 2005.

siger Carl Nielsen bl.a.: *”Det er ofte blevet sagt om mig, at jeg var haardhjertet i min Kunst. Stemningen har nemlig aldrig faaet afgørende Betydning i, hvad jeg har frembragt. Stemningen er jo en personlig Følelse, og Kunsten, det er en kosmisk Følelse, en mærkelig Tilstand, hævet over Vilje og Indtryk, og hvor alle Følelser er ægte. Kun i denne Tilstand naas det inderste og dybeste i al Kunst. Man skal over for et Kunstværk have den samme Fornemmelse, man har, naar man står ved en Bæk, det Sted, man staar ved, er et Led i et Hele, og det rummer i sig baade Kilden og Havet og alle Steder langs Bækken. Der skal ikke jages efter Idéer, Idéer er uden Betydning imod dette at kunne føre en Ting igennem fra Begyndelsen til Enden, saa at hver Del af den taler om Begyndelse og Ende...”*

Senere i interviewet siger han: *”Goethe fortæller i ”Wilhelm Meister” om et ganske mærkeligt, fintførende Menneske, én, som ingen af Bogens Personer kan forstaa, han er Sufflør for Skuespillertruppen, og det hænder Gang paa Gang, at dette følsomme Menneske giver sig til at græde under Spillet, men aldrig paa de Steder, hvor Skuespillerne synes, det passer, eller hvor Forfatterens Ord almindeligvis griber, og da de irriterede spørger, hvad han græder for netop paa de Steder, som ingen tillægger Betydning, svarer han: ”Jeg græder dèr, hvor Poesien selv rinder”. Hvor er det dybt og rigtigt! Dèr, hvor Poesien selv rinder, dèr er det store Kunstværk, Formens og Følelsens ubegribelige og skønne Sammensmelten!”*¹⁹

Den schweiziske pianist, Edwin Fischer (1886 – 1960), der i midten af 1930erne som den første indspillede hele Das Wohltemperierte Klavier, har skrevet en lille bog om Johann Sebastian Bach. Heri sammenligner han Bachs musik med store landskaber og fortsætter: *”Man drager en Dag*

¹⁹ Citeret efter *”Carl Nielsen til sin samtid”* udgivet af John Fellow, Gyldendal 1999, s. 614 – 615.

over Gotthard. Det er Sensommer, i lysende Farver staar Væksterne mod Klippevæggen; alt er i Bevægelse, en Føhn udfolder hvide Skyfaner over en knaldblaa Himmel. Alt er saa nær, at man tror at kunne gribe det. Saa indgaar det i Sindet og bliver til en Oplevelse: Dette er Gotthard.

I et Foraar, der tøver og tøver og ikke vil blive til noget, gaar Rejsen atter derhen. Men hvorledes – ? Er det det samme Landskab? Graat i graat; Taage og matte Sneflader højere oppe, uden Liv, Træer og Planter stadig uden Liv og Bevægelse, alting saa fugtigt og koldt: ogsaa det er Gotthard.

Og saa: en klar Vinterdag, da Mimoserne allerede blomstrer i Italien, nærmer man sig Bjerglandskabet. Majestætisk, strengt tegner sig alting, Luften rører sig ikke; saa kolossalt, saa ubegribeligt, utilnærmeligt, som var det lige udkastet af Guds Haand; Sjælen fyldes af en barnligt-ærefrygtig Forfærdelse, og man begriber knapt Vidunderet – men det er dog stadig det samme stykke af Verden.

Men hertil kommer endnu dette: ogsaa din egen Verden fører du med dig herhen. Eengang en ung Forelskelses Stormvejr, eengang Sorgen over et alt for tidligt Dødsfald, – i Dag Menneskeforagt og Fortvivlelse, – i Morgen en indre Tros Lys. Dette har forenet sig med Naturindtrykket, og i dig er efterladt et Billed, hvori begge Dele indgaar. Din Lilleverden har du føjet til Naturens tidløse Mægtighed, og den tillader det og laaner sig gerne til dit Brug, til Stof og til Symbol for alt, for hver Stemning og Livssituation.

Saaledes nærmer vi os ogsaa tidløse Værker, og jo større de er, jo mere ligner deres Væsen Sfinxen. Et saadant Værk har hver Gang et forandret Mæle: det er i Dag i Samklang med Stormene i vort Liv og lader sig i Morgen anskue logisk; kræver du Farver af det, saa har det dem; vil du rene, arkitektonisk Former, saa finder du dem, og forundret stirrer du mod den

*gaadefulde Hemmelighed i disse Værker, hvori en Mangfoldighed er saa sammentrængt nærværende, og som har saa mange Ansigter...”*²⁰

Det er ikke svært at se et vist modsætningsforhold mellem de to citater; men ikke desto mindre forekommer de mig nok så relevante som Goethes (1749 – 1832) ofte citerede bemærkning, da han havde hørt organisten i Bad Berka, Johann Heinrich Friedrich Schütz, spille Das Wohltemperierte Klavier: *”Ich sprach mir’s aus: als wenn die ewige Harmonie sich mit sich selbst unterhielte, wie sich’s etwa in Gottes Busen, kurz vor der Weltschöpfung, möchte zugetragen haben, so bewegte sich’s auch in meinem Innern, und es war mir, als wenn ich weder Ohren, am wenigsten Augen und weiter keine übrigen Sinne besäße noch brauchte.”*²¹

Sammenfattende kan det siges, at stor kunst formår at forene **refleksion** over virkeligheden – herunder ikke mindst tabets virkelighed – med **vision** om et altomfattende, sammenhængende hele, en harmoni.

Harmoni er ikke en ophævelse af alle modsætninger. Tværtimod: harmoni er netop livets modsætninger – glæde og sorg, lyst og smerte, fødsel og død – føjet sammen til en helhed. Ordet ”harmoni” er afledt af det græske verbum ἁρμόζω, som betyder ”sammenføjer”. Det hedder på latin ”compono”.

²⁰ Edwin Fischer: *”Johann Sebastian Bach – En Studie”* oversat af Jacob Paludan, Wilhelm Hansen Forlag 1948, s. 29 – 31.

²¹ I brev til Carl Friedrich Zelter d. 21. juni 1827.

Illustrationer, tabeller mv.

Fig. I

Das Wohltemperirte Clavier.

Praeludia, 2^{tes}

Fugen über alle Töne mit Semitoria,
Es ist tertiam majorem als Ut Re Mi anzu-
nehmen, als auch tertiam minorem ut Re.

Mi Fa betrachtet. Nun
Neben und Gehörung dieser Clavierbeginnen
Musicalischen Figuren, als auch weiter in diesen
Diesen haben folgende besondere
Zusammenhang aufgeführt

mit Vorwissen von
Gesam Sebastian Bach.
i. h. Buchstabe
Lithographie
Wittenberg,
rectore
Lutherus
Singer.
1722.



Ex
Bibl. Regia
Berolin.

Fig. II

Das Wohltemperirte Clavier.

oder

Præludia, und

*Fugen durch alle Tone und Semitonia,
So wohl tertiam majorem oder Ut Re Mi anlan-
gend, als auch tertiam minorem oder Re
Mi Fa betreffend. Zum
Nutzen und Gebrauch der Lehr-begierigen
Musicalischen Jugend, als auch derer in diesem stu-
dio schon habil seyenden besonderem
ZeitVertreib aufgesetzt
und verfertiget von
Johann Sebastian Bach.
p. t: HochFürstlich Anhalt-
Cöthenischen Capel-
Meistern und Di-
rectore derer
Cammer Mu-
siquen.*

Anno

1722

Fig. III

Des Wohltemperirten Claviers
 Zweiter Theil,
 bestehend
 in
 Preludien und Fugen
 durch
 alle
 Töne und Semitonen
 verfertigt
 von
 Johann Sebastian Bach,
 Königlich Sächsisch und Churfürstl. Sächsl.
 Hoff-Compositore und Capellmeister
 und Directore Chori Musici
 in Leipzig.

[B. W. 14, 21]

Fig. IV

Des Wohltemperirten Claviers
Zweyter Theil,
bestehend
in
Prælugdien und Fugen
durch
alle
Tone und Semitonien
verfertiget
von
Johann Sebastian Bach,
Königlich Pohlnisch und Churfürstl. Sächs.
Hoff Compositeur, Capelmeister
und Directore Chori Musici
In Leipzig.

Fig. V

Fig. VI

60 =

1 x 60

2 x 30

3 x 20

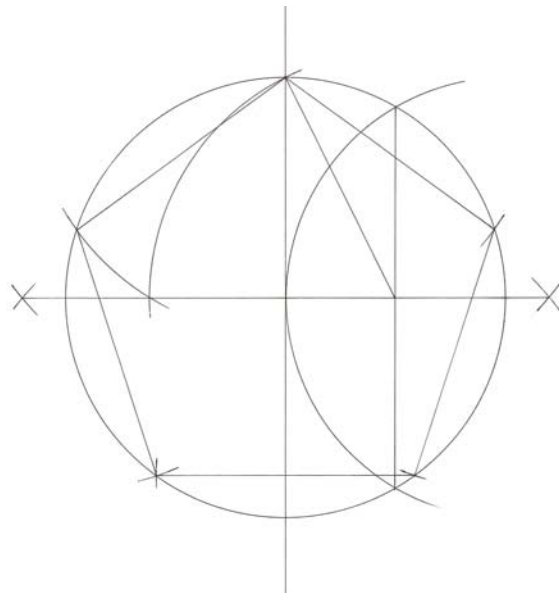
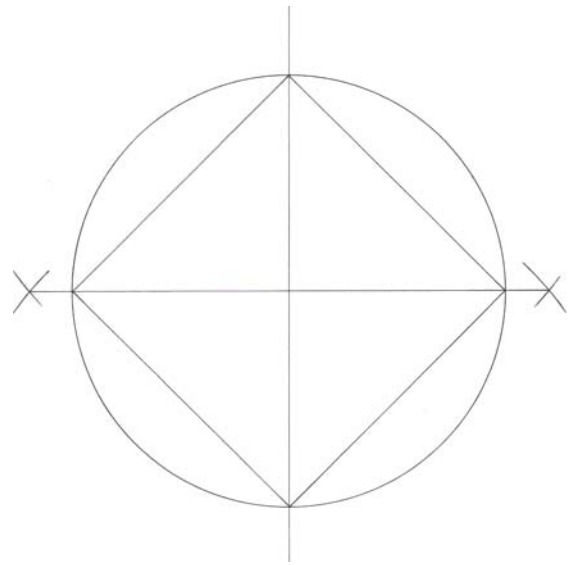
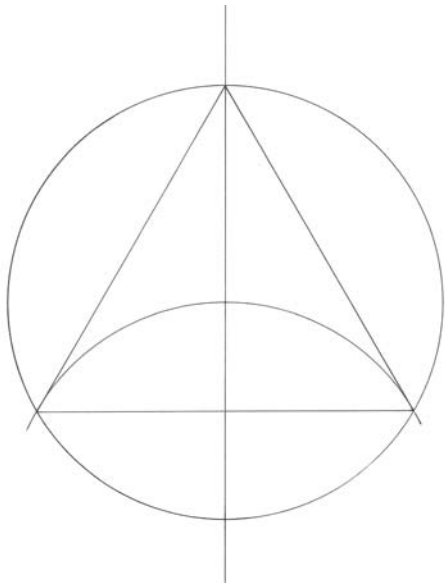
4 x 15

5 x 12

6 x 10

1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
c	c	g	c	e	g	e	g	h	e	h	h

Fig. VII



1/1
c

1/2
c

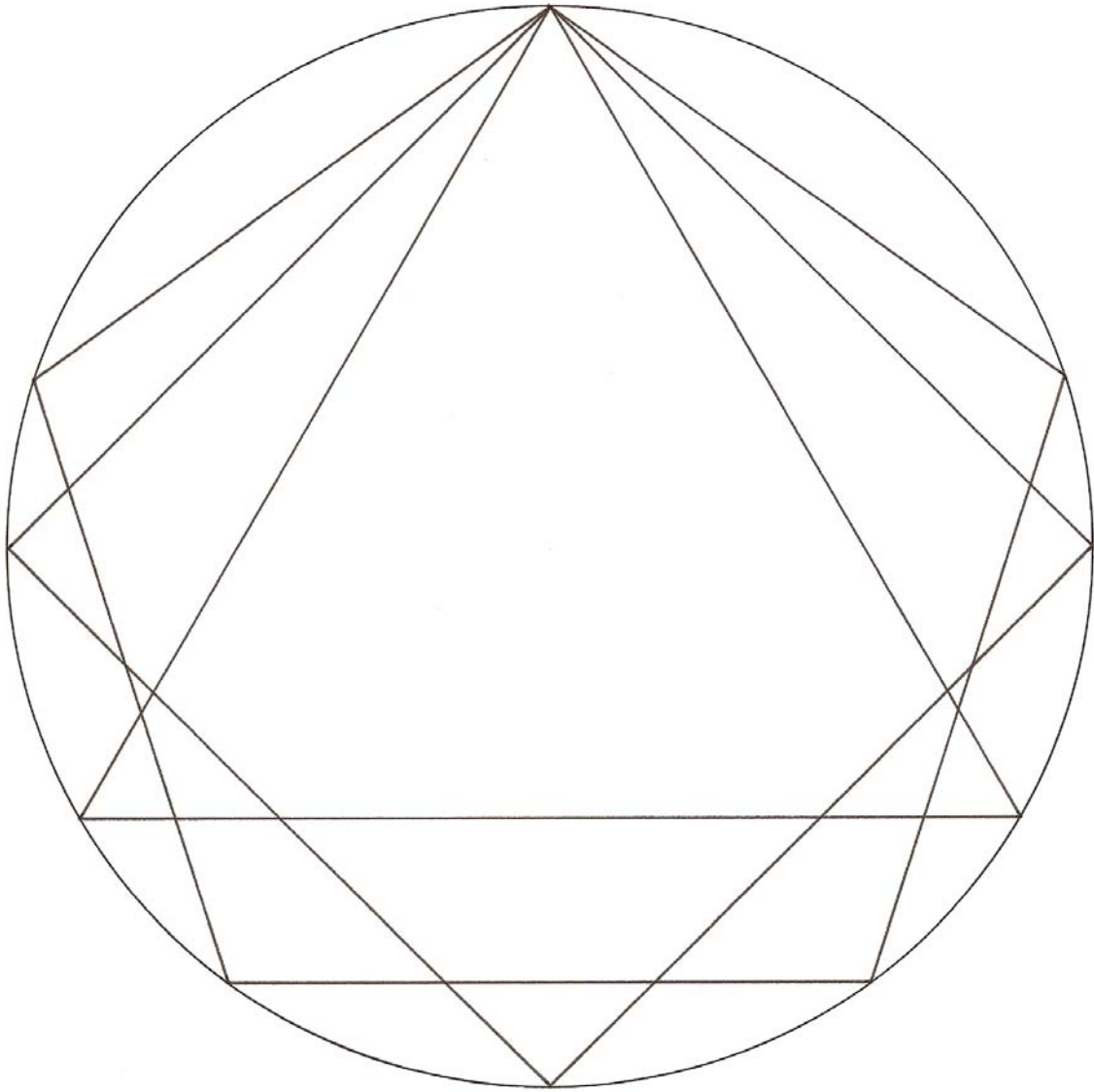
1/3
g

1/4
c

1/5
e

1/6
g

Fig. VIII



$$\mathbf{h: \quad 2/5 - 1/3 = 1/15}$$

$$\mathbf{g: \quad 1/3 - 1/4 = 1/12}$$

$$\mathbf{e: \quad 2/4 - 2/5 = 1/10}$$

Fig. IX

Regulære polyedre

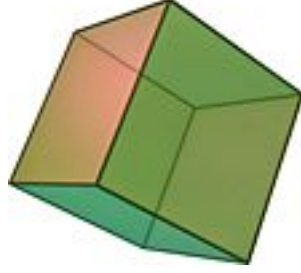
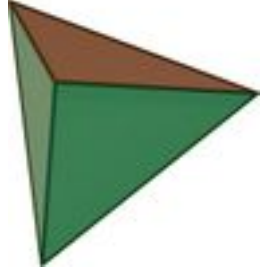


Fig. X

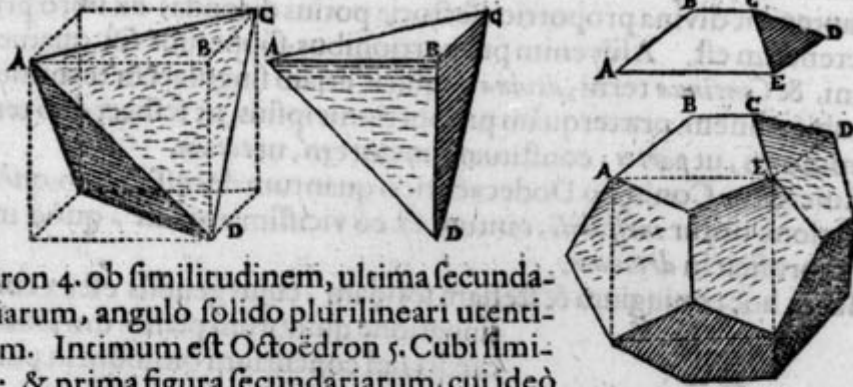
Eulers polyedersætning

	Flader	+	Hjørner	-	Kanter	=	
Tetraeder:	4	+	4	-	6	=	2
Heksaeder:	6	+	8	-	12	=	2
Oktaeder:	8	+	6	-	12	=	2
Dodekaeder:	12	+	20	-	30	=	2
Ikosaeder:	20	+	12	-	30	=	2

Fig. XI

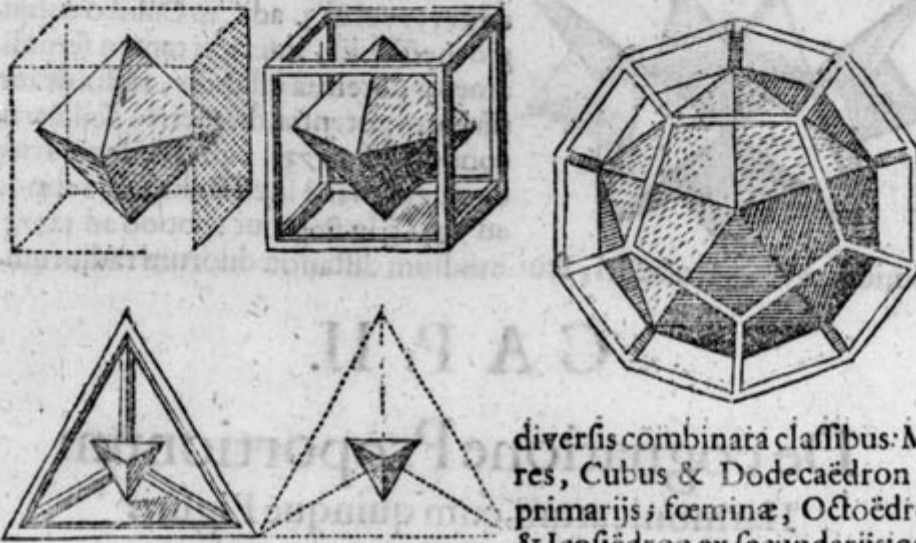
HARMONICIS LIB. V. 181

edris irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit Icofae-



edron 4. ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Incimum est Octoedron 5. Cubi simile, & prima figura secundariarum, cui ideo primus locus interiorum debetur, quippe inscriptili; uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex



diversis combinata classibus: Mares, Cubus & Dodecaedron ex primarijs; foeminae, Octoedron & Icofaedron ex secundarijs; qui

Fig. XII

Fig. XIII

First system of musical notation. The treble clef staff contains a sequence of eighth notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4, F4, E4, D4, C4. The bass clef staff contains a sequence of eighth notes: C3, D3, E3, F3, G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3, F3, E3, D3, C3. The time signature is common time (C).

Second system of musical notation. The treble clef staff contains a sequence of eighth notes: D4, E4, F4, G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4, F4, E4, D4, C4. The bass clef staff contains a sequence of eighth notes: D3, E3, F3, G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3, F3, E3, D3, C3. The time signature is common time (C).

Third system of musical notation. The treble clef staff contains a sequence of eighth notes: E4, F4, G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4, F4, E4, D4, C4. The bass clef staff contains a sequence of eighth notes: E3, F3, G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3, F3, E3, D3, C3. The time signature is common time (C).

Fourth system of musical notation. The treble clef staff contains a sequence of eighth notes: F4, G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4, F4, E4, D4, C4. The bass clef staff contains a sequence of eighth notes: F3, G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3, F3, E3, D3, C3. The time signature is common time (C).

Fifth system of musical notation. The treble clef staff contains a sequence of eighth notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4, F4, E4, D4, C4. The bass clef staff contains a sequence of eighth notes: G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3, F3, E3, D3, C3. The time signature is common time (C).

Fig. XIV

				disis
			his	
		gis		gisis
	e		eis	
c		cis		cisis
	a		ais	
f		fis		fisis
	d		dis	
b		h		his
	g		gis	
es		e		eis
	c		cis	
as		a		ais
	f		fis	
des		d		dis
	b		h	
ges		g		gis
	es		e	
ces		c		cis
	as		a	
fes		f		fis
	des		d	
bes		b		h
	ges		g	
eses		es		e
	ces		c	
ases		as		
	fes			
deses				

Fig. XV

Subdominant

d
g
c
f

h
e
a

Tonika

d
g
c
f

h
e
a

Dominant

d
g
c
f

h
e
a

Subdominant med tilføjet sekst

d
g
c
f

h
e
a

Dominantseptimakkord

d
g
c
f

h
e
a

Fig. XVI

Intervaller

1 c d e f g a h c d e f g
2 h c d e f g a h c d e f g
3 g a h c d e f g
4 a h c d e f g
5 b c d e f g
6 c d e f g

Oktav:	relativt svingningstal: cent:	$\frac{2}{1}$ 1200
Kvint:	relativt svingningstal: cent: $\log \frac{3}{2} \times (1200 : \log 2) =$	$\frac{3}{2}$ 702
Kvart:	relativt svingningstal: cent: $\log \frac{4}{3} \times (1200 : \log 2) =$	$\frac{4}{3}$ 498
Stor tert:	relativt svingningstal: cent: $\log \frac{5}{4} \times (1200 : \log 2) =$	$\frac{5}{4}$ 386
Lille tert:	relativt svingningstal: cent: $\log \frac{6}{5} \times (1200 : \log 2) =$	$\frac{6}{5}$ 316

Fig. XVII

				<u>164025</u>
				131072
			<u>32805</u>	
			32768	
		<u>6561</u>		<u>54675</u>
		4096		32768
	<u>6561</u>		<u>10935</u>	
	5120		8192	
<u>6561</u>		<u>2187</u>		<u>18225</u>
<u>6400</u>		2048		16384
	<u>2187</u>		<u>3645</u>	
	1280		2048	
<u>2187</u>		<u>729</u>		<u>6075</u>
1600		512		4096
	<u>729</u>		<u>1215</u>	
	640		1024	
<u>729</u>		<u>243</u>		<u>2025</u>
400		128		1024
	<u>243</u>		<u>405</u>	
	160		256	
<u>243</u>		<u>81</u>		<u>675</u>
200		64		512
	<u>81</u>		<u>135</u>	
	80		128	
<u>81</u>		<u>27</u>		<u>225</u>
50		16		128
	<u>27</u>		<u>45</u>	
	20		32	
<u>27</u>		<u>9</u>		<u>75</u>
25		8		64
	<u>9</u>		<u>15</u>	
	5		8	
<u>36</u>		<u>3</u>		<u>25</u>
25		2		16
	<u>6</u>		<u>5</u>	
	5		4	
<u>48</u>		<u>1</u>		<u>25</u>
25				24
	<u>8</u>		<u>5</u>	
	5		3	
<u>32</u>		<u>4</u>		<u>25</u>
25		3		18
	<u>16</u>		<u>10</u>	
	15		9	
<u>128</u>		<u>16</u>		<u>50</u>
75		9		27
	<u>64</u>		<u>40</u>	
	45		27	
<u>256</u>		<u>32</u>		<u>100</u>
225		27		81
	<u>256</u>		<u>160</u>	
	135		81	
<u>1024</u>		<u>128</u>		
675		81		
	<u>512</u>			
	405			
<u>2048</u>				
2025				

Fig. XVIII

			388,26743
		1,9537203	
	815,64001		886,31243
	429,32629	499,99872	
43,01258	113,68501		184,35743
	927,37129	998,04372	
541,05758	611,73001		682,40243
	225,41629	296,08872	
1039,1026	1109,775		1180,4474
	723,46129	794,13372	
337,14758	407,82		478,49243
	21,506289	92,178716	
835,19258	905,865		976,53743
	519,55129	590,22372	
133,23757	203,91		274,58243
	1017,5963	1088,2687	
631,28257	701,955		772,62743
	315,64129	386,31371	
1129,3276	0		70,672426
	813,68629	884,35871	
427,37257	498,045		568,71743
	111,73129	182,40371	
925,41757	996,09		1066,7624
	609,77628	680,44871	
223,46257	294,135		364,80742
	1107,8213	1178,4937	
721,50757	792,18		
	405,86628		
19,552568			

Fig. XIX

Syntonisk komma

$$\begin{array}{r} \mathbf{c} \\ 702 \\ + \\ \mathbf{g} \\ + \\ 702 \\ + \\ \mathbf{d} \\ + \\ 702 \\ + \\ \mathbf{a} \\ + \\ 702 \\ + \\ \mathbf{e} \\ = \\ 2808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \mathbf{c} \\ 1200 \\ + \\ \mathbf{c} \\ + \\ 1200 \\ + \\ \mathbf{c} \\ + \\ 386 \\ = \\ \hline 2786 \\ \mathbf{22} \end{array}$$

$$(81/80 = 21,506289 \text{ cent})$$

Fig. XX

Pythagoræisk komma

$$\begin{array}{r} \text{as es b f c g d a e h f i s c i s g i s} \\ 702+702+702+702+702+702+702+702+702+702+702+702 \\ = 8424 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{as as as as as as as as as as} \\ 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 + 1200 \\ = \frac{8400}{24} \end{array}$$

$$(531441/524288 = 23,46001 \text{ cent})$$

Fig. XXI

Lille diesis

$$\text{as} \quad 1200 \quad \text{as} \quad = \quad 1200$$

$$\text{as} \quad \text{c} \quad \text{e} \quad \text{gis} \quad = \quad \frac{1158}{42}$$

$386 + 386 + 386$

$$(128/125 = 41,058859 \text{ cent})$$

Fig. XXII

Store diesis

$$\begin{array}{r} \text{gis} \quad \text{h} \quad \text{d} \quad \text{f} \quad \text{as} \\ 316 + 316 + 316 + 316 + 316 \\ = 1264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{gis} \\ 1200 \\ \text{gis} \\ = \frac{1200}{64} \end{array}$$

$$(648/625 = 62,565147 \text{ cent})$$

Fig. XXIII

Pythagoræisk stemning

Middeltonestemning

	Terts:	Kvint:	Terts:	Kvint:
Es	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
B	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
F	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
C	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
G	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
D	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
A	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
E	408 (+22)	702	386	697 (- 5)
H	384 (- 2)	702	427 (+41)	697 (- 5)
Fis	384 (- 2)	702	427 (+41)	697 (- 5)
Cis	384 (- 2)	702	427 (+41)	697 (- 5)
As	384 (- 2)	678 (-24)	427 (+41)	738 (+36)
c	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
g	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
d	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
a	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
e	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
h	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
fis	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
cis	294 (-22)	702	310 (- 6)	697 (- 5)
gis	294 (-22)	678 (-24)	310 (- 6)	738 (+36)
es/dis	318 (+ 2)	702	269 (-47)	697 (- 5)
b	318 (+ 2)	702	269 (-47)	697 (- 5)
f	318 (+ 2)	702	269 (-47)	697 (- 5)

Fig. XXIV

Werckmeister III

Kirnberger III

	Terts:	Kvint:	Terts:	Kvint:
Es	402 (+16)	702	402 (+16)	702
B	396 (+10)	702	397 (+11)	702
F	390 (+4)	702	392 (+6)	702
C	390 (+4)	696 (-6)	386	697 (-5)
G	396 (+10)	696 (-6)	392 (+6)	697 (-5)
D	396 (+10)	696 (-6)	397 (+11)	697 (-5)
A	402 (+16)	702	400 (+14)	697 (-5)
F	402 (+16)	702	406 (+20)	702
H	402 (+16)	696 (-6)	406 (+20)	702
Fis	408 (+22)	702	406 (+20)	700 (-2)
Cis	408 (+22)	702	408 (+22)	702
As	408 (+22)	702	408 (+22)	702
c	294 (-22)	696 (-6)	294 (-22)	697 (-5)
g	300 (-16)	696 (-6)	300 (-16)	697 (-5)
d	306 (-10)	696 (-6)	305 (-11)	697 (-5)
a	312 (-4)	702	310 (-6)	697 (-5)
e	306 (-10)	702	310 (-6)	702
h	300 (-16)	696 (-6)	305 (-11)	702
fis	300 (-16)	702	300 (-16)	700 (-2)
cis	300 (-16)	702	296 (-20)	702
gis	300 (-16)	702	296 (-20)	702
es/dis	294 (-22)	702	296 (-20)	702
b	294 (-22)	702	294 (-22)	702
f	294 (-22)	702	294 (-22)	702

Fig. XXV

Sparschuh/Zapf/Francis

c			249,00000 Hz
f	(- x 4/3) + 1/3 =		332,33333 Hz
b	(- x 4/3) + 1/3 =		443,44444 Hz
es	(- x 2/3) + 1/3 =		295,96296 Hz
gis	(- x 4/3)	=	394,61728 Hz
cis	(- x 2/3)	=	263,07819 Hz
fis	(- x 4/3)	=	350,77092 Hz
h	(- x 4/3) + 2/3 =		468,36123 Hz
e	(- x 2/3) + 2/3 =		312,90748 Hz
a	(- x 4/3) + 2/3 =		417,87664 Hz
d	(- x 2/3) + 2/3 =		279,25110 Hz
g	(- x 4/3) + 2/3 =		373,00146 Hz
c	(- x 2/3) + 1/3 =		249,00097 Hz

c	o	cent
cis	95,215088	cent
d	198,50067	cent
es	299,12507	cent
e	395,50848	cent
f	499,7823	cent
fis	593,26009	cent
g	699,64264	cent
gis	797,17007	cent
a	896,31764	cent
b	999,12914	cent
h	1093,7711	cent

Sparschuh/Zapf/Francis

Es	401 (+15)	700 (- 2)
B	399 (+13)	701 (- 1)
F	397 (+11)	700 (- 2)
C	396 (+10)	700 (- 2)
G	394 (+ 8)	699 (- 3)
D	395 (+ 9)	698 (- 4)
A	399 (+13)	699 (- 3)
E	402 (+16)	698 (- 4)
H	405 (+19)	699 (- 3)
Fis	406 (+20)	702
Cis	405 (+19)	702
As	403 (+17)	702

c	299 (-17)	700 (- 2)
g	299 (-17)	699 (- 3)
d	301 (-15)	698 (- 4)
a	304 (-12)	699 (- 3)
e	304 (-12)	698 (- 4)
h	305 (-11)	699 (- 3)
fis	303 (-13)	702
cis	300 (-16)	702
gis	297 (-19)	702
es/dis	294 (-22)	700 (- 2)
b	296 (-20)	701 (- 1)
f	297 (-19)	700 (- 2)

Fig. XXVI

Ligesvævende temperatur

	Terts:	Kvint:
Alle durtreklange:	400 (+14)	700 (- 2)
Alle moltreklange:	300 (-16)	700 (- 2)

Fig. XXVII

D.
C.
B.
Sanus fundam. r.
4000/100.

AN EQUAL TEMPERAMENT
PUBLISHED
JUNE , 1722 [HAMBURG]
IN "CRITICA MUSICA" JOHANN MATTHESON

4000.00

0.00 Cents

Sexta maj.
2378.41.

2378.41

900.00 Cents

Quarta maj.
et
quinta min.
2828.42.

2828.42

600.00 Cents

Tertia min.
3363.58.

3363.58

300.00 Cents

Secunda ma.
3775.50.

3775.50

100.00 Cents

Septima min.
2244.92.

2244.92

1000.00 Cents

Quinta
2669.68.

2669.68

700.00 Cents

Tertia maj.
3174.80.

3174.80

400.00 Cents

Secunda maj. B
3563.60.

3563.60

200.00 Cents

Septima maj
2118.92.

2118.92

1100.01 Cents

Sexta min. D
2519.84.

2519.84

800.00 Cents

Octava 2000.00

2000.00

1200.00 Cents

*Donax bisß ist die
helfte der Seitenlänge.
auf dem Monochórdo.*

Quarta min. C
2963.28.

2963.28

519.37 Cents


 Neueste Temperatur.

2996,6141 = 500,00003 Cents

Fig. XXVIII

"Ligesvævende kvart":

$$10935/8192 = 499,99872 \text{ cent}$$

"Ligesvævende kvint":

$$16384/10935 = 700,00128 \text{ cent}$$

