





Eksempelsamlingen 1. del: Introduktion til værkstederne

TI-*nspire* cas

Eksempelsamlingen 1. del — Introduktion til værkstederne Copyright © december 2013 by Texas Instruments

Eksempelsamlingen vedligeholdes af Mette Vedelsby, mette.vedelsby@skolekom.dk Gert Schomacker, gert.schomacker@skolekom.dk Bjørn Felsager, bjoern.felsager@skolekom.dk

Denne PDF-fil er gratis og må frit bruges til undervisningsformål. Det er herunder tilladt at kopiere og uddele hele eller dele af filen både som fil og på tryk.

I publikationer med copyright, skal kilden nævnes som "Gengives med tilladelse fra Texas Instruments".

Filen kan hentes på www.education.ti.com/danmark eller ved henvendelse til Texas Instruments på tlf.: 38 18 19 56 eller email: <u>ti-cares@ti.com</u>.

Introduktion til værkstederne er tænkt som en første introduktion til matematikprogrammet TI-*nspire*TM CAS, hvor man ved at gennemarbejde eksemplerne bliver fortrolig med såvel de enkelte matematikværksteder i programmet som den generelle struktur i programmet.

De enkelte værksteder gennemgås efter tur i samme rækkefølge som de præsenteres på velkomstskærmen:



Man kan dog sagtens uden større besvær læse kapitlerne i en anden rækkefølge. Afhængig af hvilken status lommeregneren har, vil mange for eksempel foretrække at starte med **Noter** og gøre **Noter** til det centrale tekst og beregnings-værksted fremfor **Beregninger**.

I denne introduktion til matematikværkstederne kan man selvsagt ikke nå i dybden med de enkelte værksteder. Mange af værkstederne er meget omfattende og en samlet gennemgang af fx **graf**-værkstedet ville kræve en lige så omfattende introduktion som den foreliggende til hele programmet. Men introduktionen skulle gøre læseren i stand til at bruge programmet til de mest grundlæggende matematiske undersøgelser. I eksempelsamlingens anden del kommer man mere i dybden med programmets struktur, den underliggende matematik og samspillet mellem de enkelte værksteder.

Denne eksempelsamling har fokus på programmets anvendelse på computere, hvad enten der er tale om PC med Windows eller MAC-computere. Der er nogle ganske få forskelle på hvordan PC-versionen og MAC-versionen fungerer. Disse vil blive påpeget undervejs.

Programmet kan også anvendes på lommeregerne/håndholdte og ipads. Måden man arbejder med programmet på en lommeregner eller en ipad adskiller sig dog så meget fra computerversionen, at den foreliggende introduktion ikke vil være hensigtsmæssig til disse platforme.

TI-Nspire CAS kan også sættes op i PublishView, beregnet på at frembringe almindelige dokumenter, der opbygges i A4-ark. De enkelte værksteder kan indsættes i et PublishView-dokument og måden man arbejder med værkstederne svarer i det store og hele til den måde man arbejder med værkstederne i det klassiske DocumentView baseret på vinduer, sådan som det gennemgås i det foreliggende hæfte.

Indhold

0: Velkommen til TI-Nspire CAS	
Opstart af Ti-Nspire CAS	6
Eksempelvisning og sidestørrelse	7
Sidepanelet i TI-Nspire CAS	9
1. Værkstedsmenuer	
2. Sidesortereren	
3. TI - Smartview	
4. Hjælpeprogrammer	
5. Indholdsstifinder	
Udskriv	



- 1: Beregninger	15
Den første lille opgave	15
Brøkregning — regning med eksakte tal	17
Regning med bogstaver	18
Om at sætte på fælles brøkstreg	20
Katalog	21
Ligninger og genbrug	21



2: Grafer	
En lille opgave med grafer	
1. Tegn graferne	
2. Spor graferne	
3. Find skæringspunkterne mellem graferne grafisk/symbolsk	
Nyt eksempel og flere grafværktøjer	
1. Manuel indstilling af grafvinduet	
2. Funktionsværdier med Punktværktøj/Beregninger og Tabel	
3. Nulpunktsbestemmelse grafisk/symbolsk	
4. Minimum og maksimum grafisk/symbolsk	
Funktion givet ved en tuborg-forskrift	
3: Geometri	
Geometriske konstruktioner	
Udsmykning i Geometri	
Konstruktion af målfast figur	
En opgave løst i Geometri-værkstedet	
4: Geometri i Grafer	50
Geometri i Grafværkstedet	

Porten i parablen	
Analytisk geometri	
Skyderobjekter	
5: Lister og regneark	
Regnearket	
Navngivning af søjler	
Cellereferencer og celleformler	
Absolutte cellereferencer	
6: Diagrammer og statistik	
Indtastning og plot af data	
Lineær regression	
Boxplot	
1. Boxplot fra rådata	
2. Boxplot efter en hyppighedsliste	
3. Sammenligning af boxplot	
χ^2 -test	
$\frac{2}{1-\chi^2}$ test for uathængighed	69
$\frac{2}{2}$	
2. χ -test for Goodness of Fit	
3. Terningespil	
7: Noter	75
Industrying of tekst	75
Industring af formler	75
Om at rette i formler	
Samsnillet med Beregnings-værkstedet	78
En opgave løst i Note-værkstedet	70
8: Vernier DataQuest	
Mit første eksperiment	
Analyse af eksperimentet	
1. Sporing og markering af vigtige begivenheder	
2. Hældningen for en punktgraf/tangent	
3. Lineær regression	
4. Statistik	
5. Beregninger	
6. Integral	
Gå langs en graf	
0 0	



Programmet findes i to versioner 'TI-Nspire' og 'TI-Nspire CAS'. Det er *afgørende*, at du

har CAS versionen, med mindre du fx går på et IB-hold, der ikke

må bruge CAS.

Obs

😻 Velkommen til TI-Nspire CAS

Programmet startes ved at dobbeltklikke på genvejen på Skrivebordet eller ved at vælge noget i retning af

Programmer > TI-Tools > TI-nSpire CAS Student software (hvis du altså har en standardinstallation på en PC – MAC-versionen startes på tilsvarende vis):

Det skærmbillede, du får frem, kan se forskelligt ud afhængig af, hvordan indstillingerne var, sidst programmet blev benyttet.

Opstart af Ti-Nspire CAS

Når du starter version 3.6 første gang, vil du få dette velkomstskærmbillede frem:



Obs

Er dit velkomstskærmbillede slået fra, kan du slå det til igen ved at vælge menupunktet Hjælp ► Velkomstbillede... Herfra har du direkte adgang til en vifte af matematikværksteder: Beregninger, Grafer, Geometri, Lister og Regneark, Diagrammer og statistik, Noter, samt Vernier Data Quest. Før musen hen over ikonerne øverst i skærmbilledet, og læs den information, der kommer frem. Du kan oprette et nyt dokument herfra ved at klikke på en af ikonerne, og du kan åbne et eksisterende dokument ved at klikke på Åbn.. linket til højre i skærmbilledet.

Du kan fjerne fluebenet nederst til venstre ved 'Vis altid dette ved opstart', hvis du ikke ønsker at bruge velkomstskærmbilledet fremover.

No Delement2 II Nepire™ CAS Student Seffu		_ D _X
Fill Rediger Vis Indexet Værktøjer V	dre Hizoln	
	1 1 Indsæt - 💿 🔞 - 🚍 -	sempelvisning af dokument
Dokumentværktøjslinje 🔀 🖬 🚔		<u>U</u> A ^a A _a Abe = "
Beregninger	*	
f ¹ :Handlinger	 ▲ 1.1 ▶ *Ikke gemt -> 	1
$\mathbf{X} = \underline{3}: \text{Algebra}$	•	
$\int d$ <u>4</u> :Differential- og integralregning		
 Standsynugnedsregning <u>X</u> 6:Statistik 	• •	
T:Matricer og vektorer	•	
<pre>\$€ 8:Finans 010 9:Funktioner & programmer</pre>	 Image: A set of the set of the	
		Ľ
	Dokument1 × Dokument2 ×	
	2 Sidestørrelse:Håndholdt 1.1 Indstillinger Zoom: 150% - +	Tykkelse: 100% 💌 - +

Prøv nu fx at klikke på Beregninger-ikonet:

Mangler du noget i forhold til skærmbilledet ovenfor, kan du genskabe **standard**indstillingerne ved at foretage menuvalget

Vindue > Nulstil layout af arbejdsområde.

Eksempelvisning og sidestørrelse

Læg godt mærke til de følgende to forhold, der bestemmer hvordan du kommer til at arbejde med programmet:

I Værktøjsbjælken øverst til højre står der ① Eksempelvisning af dokument \checkmark . Du kan både få dit dokument at se, som det ser ud på en computer og som det ser ud på en håndholdt. Hvis du også arbejder med en håndholdt (lommeregner), kan det være praktisk at sætte dokumentet op så det også kan bruges på din lommeregner i timerne. Ellers vælger du bare eksempelvisning Computer i rullegardinmenuen, der fremkommer når du taster på pilen \checkmark .



På statuslinjen nederst til venstre står der **2** Sidestørrelse Håndholdt. Igen afhænger det af om dokumentet skal bruges på en håndholdt eller en computer.

På en computer er sidestørrelsen valgt, så den passer med et *halvt* A4-ark (i opløsningen 640×434 pixels). På en håndholdt er sidestørrelsen valgt så den passer med lommeregnerskærmen (svarende til den halve opløsning på hvert led, dvs. 320×217 pixels). Hvis du arbejder med lommeregnere i timerne og ønsker at arbejde videre med dokumenter oprettet på computeren skal sidestørrelsen derfor sættes til den håndholdtes. Ellers skal du skifte til sidestørrelse computer.

Der findes også en sidestørrelse, der passer med et *helt* A4-ark, nemlig det såkaldte Publish-view format. Du skifter sidestørrelse med Konverter-menuen under Filer:

Fil Rediger Vis Indsæt Værktøjer Vin	due Hjælp			
Nyt TI-Nspire™-dokumentet - Sidestørrelse Nyt TI-Nspire™-dokumentet - Sidestørrelse Nyt PublishView™-dokument Abn dokument Afslut Gem dokument Gem som	til håndholdt til computer	Ctrl+N Ctrl+Alt+ Ctrl+Shi Ctrl+O Ctrl+W Ctrl+W	Shift+N ft+N	
Gem på håndholdt Konverter til			•	TI-Nsnire™-dokumentet - Sidestørrelse til håndhold
Eksporter			10 A	TI-Nspire™-dokumentet - Sidestørrelse til compute
Udskriverential- og integralregning		Ctrl+P		PublishView™-dokument
Indstillinger, unlighed sregning			+	
Vis oplysningerne om copyright				
Seneste dokumenter			•	
Afslut ^{datricer} og vektorer		Alt+F4		

Når du har skiftet til Sidestørrelse Computer ser dit skærmbillede således ud:



Fremover skal du nu beslutte dig til om du vil tilpasse dit dokument til en håndholdt eller til en computer. I det følgende går vi ud fra at dokumentet er tilpasset en computer, dvs. såvel eksempelvisningen som sidestørrelsen er sat til computer.

Eksempelvisningen kan heldigvis sættes som standard til Computer ved at gå ind i Fil ► Indstillinger ► Indstillinger for eksempelvisning

Fil Rediger Vis Indsæt Værktøjer Vin	due Hjælp	
🛅 Nyt TI-Nspire™-dokumentet - Sidestørrelse	til håndholdt Ctrl+N	· ·
🛅 Nyt TI-Nspire™-dokumentet - Sidestørrelse	til computer Ctrl+Alt+Sl	hift+N
T Nyt PublishView™-dokument	Ctrl+Shift+	N -
🐼 Åbn dokument	Ctrl+O	
Afslut	Ctrl+W	
🗎 Gem dokument	Ctrl+S	
Gem som		
Gem på håndholdt		
Konverter til		4
Eksporter		4
Udskriv	Ctrl+P	
Indstillinger		Skift sprog
Vis oplysningerne om copyright		Dokumentindstillinger
Seneste dokumenter		Tastaturindstillinger
Afslut datricer og vektorer	Alt+F4	Indstillinger for eksempelvi

Abn altid dokumenter i:	
 Håndholdt eksempelvisning 	
Computer eksempelvisning	
Standardindstilling for dokument	

Obs

I denne vejledning dækker betegnelsen Ctrl/Cmd over at du på en PC taster Ctrl, mens du på en MAC taster Cmd. Desværre findes der ikke en tilsvarende standardindstilling for sidestørrelsen. Her må du enten konvertere sidestørrelsen, som allerede forklaret, eller du må åbne et nyt dokument i Sidestørrelse computer, hvilket kan gøres fra Fil-menuen eller du kan bruge genvejen

Ctrl/Cmd Alt Shift N

Sidepanelet i TI-Nspire CAS

Sidepanelet i TI-Nspire CAS dækker over adskillige funktioner. I Dokumentværktøjslinjen finder du fem ikoner, som vi nu ser nærmere på





1. Værkstedsmenuer

Det første ikon med hammer og skruenøgle dækker altid over *værkstedsmenuer*. Det viser de *aktuelle menuer*, for det matematikværksted du arbejder i for tiden. Så længe man er ved at lære et matematikværksted at kende kan det være en god ide at holde værkstedmenuen åben i sidepanelet, så man hele tiden har oversigt over værktøjerne. Men læg mærke til at værkstedsmenuerne altid dubleres på værktøjsmenubjælken:



Når man først er blevet fortrolig med menuerne hørende til et bestemt værksted har man altså altid hurtig adgang til dem.

2. Sidesortereren

Det næste ikon åbner for **sidesortereren**: Det giver en hurtig oversigt over siderne i dokumentet. Et dokument består nemlig af en række opgaver fordelt på en række sider. Et TI-Nspire CAS dokument kan sammenlignes med en novellesamling: De enkelte noveller svarer til de forskellige opgaver, som sagtens kan rumme de samme navne på fx funktioner som f, g og h, men når funktionerne optræder i forskellige opgaver, bygger de på forskellige forskrifter. Selvom personnavne kan gå igen i de forskellige noveller dækker de altså over forskellige personer. Men inden for den samme novelle dækker et navn over en og samme person gennem hele novellen og det samme gælder fx for funktionsnavnene inden for den samme opgave.

Prøv nu at åbne for sidesortereren i Dokumentværktøjslinjen **1**. I velkomstbilledet valgte vi at starte i værkstedet til Beregninger. Her fås en blank skærm frem klar til indtastning for oven **2**.



R

🔁 Opgave
Side Ctrl+l
Beregninger
💟 Grafer
📐 Geometri
Lister og Regneark
🔟 Diagrammer og statistik
🖪 Noter
Image: Image
🧾 Billede
💽 Video
abc PublishView™-tekstfelt
🐻 Programeditor 🔹 🔸
🧏 Scripteditor 🔹 🔸

Hvis du vil tage et kig i de andre værksteder, så indsætter du dem ved at trykke på Indsæt knappen ⁽³⁾ (Billede, Video og Tekstfelt-editorerne er kun tilgængelige i Publish-view formatet).

Indsæt fx et **Graf**-værksted ved at vælge **Grafer** i **Indsæt**-menuen. Straks ser du, at dit arbejdsområde er et koordinatsystem, og i det venstre sidepanel er der tilføjet en miniature. Du har tilføjet en *side* til din *opgave*. Læg mærke til, hvordan arbejdsområdet og sidepanelet ændres.

Bokument3 - TI-Nspire™ CAS Student Software		
Fil Rediger Vis Indsæt Værktøjer Vindue	Hjælp	
🎱 · 🕃 🗎 🐚 🖉 👗 🗊 💼 Ϋ	Indsæt - 💿 💿 - 🗮 -	🔜 Eksempelvisning af dokument 👻
Dokumentværktøjslinje	* • 💁 • 🖉 • 🛧 •	$\bullet \bullet A^{\star} B I \underline{U} A^{a} A_{a} ABC \Xi \overset{\bullet}{=} \overset{\bullet}{=}$
Opgave 1	$\Box f(x) =$	▲ :=
□ 1 1	1	
10 10 10 10 10 10 10 10 10 2	10	1 10 1 10 1 10 1 10 ≡
	-6.72	Ţ
	Dokument1 × Dokument2 × Dokum	ient3 × □
	Sidestørrelse:Computer 1.2 Indstillinger	Zoom: 150% 💌 - + Tykkelse: 100% 💌 - +



Prøv nu også at tilføje et **geometri-**værksted og hold øje med miniaturerne. Ved at klikke i en af miniaturerne, kan du gå til ethvert af de værksteder, du har tilføjet. Men du kan også skifte mellem siderne i dit dokument ved at trække i elevatorbjælken yderst til højre i arbejdsområdet. Endelig virker lommeregnergenvejene Ctrl/cmd \rightarrow og Ctrl/cmd \leftarrow også i softwareversionen. Der er altså mange måder at skifte sider på og det er derfor ikke afgørende, at du hele tiden har sidesortereren åben.

Sidesortereren er dog afgørende, når du vil ændre *rækkefølgen* af siderne i dokumentet: Rækkefølgen af siderne kan nemlig ændres ved at trække siderne til den ønskede placering.

Ved at vælge det første menupunkt i **Indsæt**-menuen, får du endelig indsat en ny opgave i dit dokument. Denne opgave kan så tilføjes nye værksteder osv.

3. TI - Smartview



o°√o ∛o e° ⊯p {∷

8 📾 🎥 🎥 😓 🏶

jĝdo jodo lim0 0_

믐

Her frembringes et lommeregnertastatur, som kan bruges til indtastning ved at klikke med musen på lommeregnertasterne. Hvis du er vant til at bruge en lommeregner, kan det sommetider være nemmere, specielt i starten, at bruge lommeregnertastaturet til indtastning i softwareversionen, fordi der er nem adgang til en lang række funktioner på lommeregnertastaturet. Hvis du ydermere kører med sidestørrelse håndholdt og eksempelvisning håndholdt vil arbejdsområdet blive vist præcist som det ser ud på lommeregneren.

Her har vi – ved hjælp af rullemenuen ud for lommeregnerikonet – vist tastaturet for farvelommeregneren CX i såkaldt høj kontrast, hvor de forskellige familier af taster er fremhævet.

Men bruger du aldrig lommeregner er denne facilitet selvfølgelig ikke til megen nytte \odot

4. Hjælpeprogrammer

Dette er en vigtig samling af hjælpeprogrammer, der giver oversigter over de matematiske skabeloner, matematiske tegn og matematiske kommandoer, som du har til rådighed i programmet.

Læg mærke til du kan indsætte skabeloner, for fx



osv. Det gør det langt nemmere at holde styr på indviklede formler.

Du kan også indsætte specialtegn inklusive græske bogstaver mm. Nogle af de tegn du indsætter har specielle betydninger. Ser du fx på første række finder du symbolet for forholdet mellem omkreds og diameter i en cirkel, dvs. pi, symbolet for grundtallet til den naturlige logaritme, dvs. e, symbolet for kvadratroden af minus en, dvs. *i*, symbolet for en eksponent, når et tal skrives i videnskabelig notation, dvs. E, osv. Disse symboler kan typisk ikke indtastes direkte fra tastaturet, så det er vigtigt at kunne finde dem i tegnoversigten.

Endelig giver **1** Katalog en *alfabetisk oversigt* over alle kommandoer med nødtørftige forklaringer til hvordan kommandoen bruges. Det er vist her med solve-kommandoen, hvor man kan se at man kan løse ligninger, dels ved bare at angive den ubekendte Var til sidst, dels ved at tilføje et gæt for den ubekendte og dermed styre løsningen af mere komplicerede ligninger, fx

$$solve(x^{x} = 2x, x = 0.5)$$
.



🔲 🤌 Guide

n1 and Lign2 [and ...] Var Gæt1 V



Kataloget findes også som en *emneoversigt*, E Matematiske operatorer, hvor kommandoerne i stedet er opdelt efter emner. Hvis man fx vil løse en ligning, så hører SOlve-kommandoen under emnet Algebra, hvor man finder de samme oplysninger som før. Fx at man også kan bruge SOlve-kommandoen til at løse uligheder

solve($x^2 < 4, x$).

5. Indholdsstifinder

Det sidste ikon — Indholdsstifinder — indeholder to stifindervinduer: Et til din PC/MAC og et til din tilkoblede håndholdt. Den håndholdte tilsluttes via det USBkabel, der fulgte med den håndholdte. Den håndholdte registreres automatisk når den tilsluttes PC'en eller MAC'en. Første gang installeres der en driver hørende til den håndholdte, men derefter dukker den automatisk op i stifindervinduet. Når du klikker på lommeregneren i det nederste stifindervindue får du en liste over mapper og filer gemt på håndholdte.

Her kan du nu åbne dine gemte dokumenter fra den håndholdte ved at dobbeltklikke på dem (eller trække dem over i arbejdsområdet), hvor de dukker op i sidestørrelse håndholdt. På den måde kan du nemt arbejde videre med dokumenter oprettet på den håndholdte. Tilsvarende kan du nemt overføre dokumenter fra den håndholdte til din PC — og omvendt, ved blot at trække dem frem og tilbage mellem de to stifindervinduer. Den håndholdte fungerer i den sammenhæng altså på samme måde som et USB-stick.

Du kan skjule sidepanelet ved at vælge menupunktet

og en lodret fane bliver placeret til venstre for det udvidede arbejdsområde. Du aktiverer denne fane ved at placere markøren over den, og værktøjsmenuen popper ud fra venstre side. Prøv!

Tilsvarende kan du skjule/vise værktøjs- og formaterings-bjælken oven over arbejdsområdet ved at klikke på pilen \wedge / \checkmark på midten af bjælken:





Tip

Seg i: Ek

😨 Tile

Navn A Eksemple

MyLib

Runge Kuttas metode.tnsp Susannes opg...hi2 test.tns

Unges alkoholforbrug ths

Søg i: TI-Nspire CX CAS 854D 💌 🎯•

₿.

7 KB 17 KB 35 KB 116 KB

8 KE

2 KB

Forsvinder sidepanelet eller værktøjs- og formateringsbjælken *utilsigtet* kan du også få dem tilbage ved hjælp Vindue ▶ nulstil layout af arbejdsområde.

Udskriv

Den sidste almene facilitet vi kigger på inden vi går i gang med at se på den enkelte matematikværksteder i detaljer er udskrivningsmulighederne, som du finder det sædvanlige sted med den sædvanlige genvej

```
Fil > Udskriv CTRL/CMD P
```

Derved åbnes for udskriftdialogboksen:

📢 Udskriv	Burruster no.	
Printer: DELL2150-B9BF01-IPv4		
3 Til udskrift: Synlig del		_
Papir <u>s</u> tørrelse: A4 (210 x 297 mm) 💌 Kopier: 1 🗘	Oppave1	
Udskriftsområde	3	5.00 ×
<u>A</u> lle sider		· · · ·
Sideområde: 1.1 💌 til: 1.1 💌	1.1 1.2	
Layout		
Vertikal Horisontal		
4 🗸 Sider pr. ark 🚺 🔲 Reserver plads til kommentarer		
Marginer (cm)		
Top: 2.5 + Venstre side: 2.5 +		
Bund: 2.5 + Højre side: 2.5 +	13	
Dokumentoplysninger		
✓ Tilføj opgave- og sideetiketter		
Arranger sider efter opgaver		
2 Tilføj overskrift Rediger sidehoved	Dokumentätres	1.471
✓ <u>F</u> øj dokumentnavnet til sidefoden		
✓ Vis udskrift		
Nulstil Udskriv Annuller	1	/1

Da en side i et standarddokument arbejder med en sidestørrelse tilpasset computeren, så den fylder et halvt A4-ark på papir, skulle man tro man kunne udskrive 2 sider pr ark. Men denne mulighed er desværre stadigvæk ikke implementeret. I stedet tilbydes man som standard 4 sider pr ark **0** svarende til uddelingskopier ved en præsentation, hvor deltagerne kan supplere med deres egne håndskrevne noter. *Man skal derfor huske at ændre antal* Sider pr ark *til* 1!

Herefter kan man bl.a. vælge Tilføj overskrift og vælge Rediger sidehoved 2, hvor man får mulighed for at tilføje to linjer foroven med fx Navn, Opgavetitel, Skole osv. Det er praktisk ved afleveringer på papir, ikke mindst i en eksamenssituation, hvor skolen kræver disse informationer tilføjet eksamensbesvarelsen ©.

Som standard udskrives siderne i dokumentet præcis som de fremstår på skærmen. Men man kan også i toppen af dialogboksen ændre boksen Til udskrift ^③ fra Synlig del til Udskriv alt. Alle matematikværkstederne skrives da efter tur ud indtil bunden af værkstedet er nået – også selv om værkstederne kun fremstår delvist med en rullebjælke til højre, så man skal scrolle på skærmen for at få lov til at se hele indholdet. Denne udskriftmulighed anbefales til eksamen, hvis man ikke er sikker på at få det hele med!



For at få TI-Nspire CAS softwaren til at lave noget fornuftigt så hurtigt som muligt, vil kun de absolut nødvendige dele af **Beregninger** blive omtalt her. I de følgende afsnit kommer turen til de andre værksteder.

Indtast 2 + 3 og afslut med Enter. Resultatet er selvfølgelig ikke særlig interessant, men tag et kig på skærmbilledet:



Den første lille opgave





Når du indtaster fortegnet, popper en liste op, hvor du (her) skal vælge (-) Negere. Der indgår en brøkstreg i udtrykket. Dette afstedkommer ofte brug af parenteser, men på TI-Nspire CAS kan du undgå dette ved at bruge skabeloner. Tryk på fanen Hjælpeprogrammer i sidepanelet og vælg her Matematikskabeloner:



Indsæt brøkskabelonen ved at dobbeltklikke med musen. Herefter skulle du gerne have dette på din skærm:

-3.17+<u>[]</u>

Indtast tælleren — kvadrat og kvadratrodstegnet findes der også skabeloner til. Når tælleren er indtastet, flytter du til nævneren med \downarrow - tasten, og indtaster denne. Nedenfor ser du skærmbilledet med udtrykket korrekt indtastet:

 $2+3 \qquad 5$ $-3.17+\frac{2.53^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$

Skulle du lave en fejl undervejs, før du taster Enter, kan du

- vha. piletasterne pile hen til den eller de fejl, du måtte have lavet
- slette et enkelt tegn ved at placere markøren før det tegn, der skal slettes, og taste DEL
- indsætte et eller flere tegn på markørens position ved blot at skrive på det pågældende sted

Opdager du en fejl, *efter* at du har tastet Enter, kan du hente udtrykket ved at pile op til det (tast to gange \uparrow), hvorved det markeres i blåt.

Når du har det, du vil hente, markeret, taster du Enter, hvorefter udtrykkes hentes ned til indtastningslinjen, så du kan rette fejlen og få udtrykket genberegnet — se nedenstående to skærmbilleder:

2+3	5	2+3	5
$-3.17+\frac{(2.53)^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$	-1.49943	$-3.17+\frac{(2.53)^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$	-1.49943
		$-3.17+\frac{(2.53)^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$	

Tip Du kan også kopiere ved at markere med musen, og benytte Ctrl/Cmd C for at kopiere og Ctrl/Cmd V for at indsætte. Du kan også med musen markere, det du vil kopiere, og trække det til indtastningslinjen.

Du kan hurtigere lave potensopløftning med $^$ - tasten på dit tastatur. Efter indtastning af eksponenten kommer du tilbage til basislinjen ved at taste \rightarrow

Selvom det endnu er til at overse, kan du lige så godt lære at rydde op efter dig i historikområdet. Pil op til den linje (tast ↑) du vil slette

- Slet linjen med DEL eller BackSpace.
- Hele historikområdet sletter du ved at højre-klikke i historikområdet, og vælge Slet historik:

2+3		5
$-3.17+\frac{(2.53)^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$		-1.49943
$-3.17+\frac{(2.53)^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$	1:Vis advarselsoplysninger	-1.49943
	2:Slet historik 3:Kopier 4:Slet	

Hvis du fortryder, at du har slettet hele historikken eller en anden handling, så findes der en fortrydknap — eller du kan taste Ctrl/Cmd Z.

Brøkregning — regning med eksakte tal

TI-Nspire CAS regner naturligvis eksakt med brøker af hele tal, hvor slutresultatet altid forkortes i bund.

Beregn udtrykket $\frac{7}{17} \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right)$

Indtast med flittig brug af brøkskabelonen:

$\frac{7}{17} \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right)$	<u>8</u> 153
$\frac{7}{17} \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right)$	0.052288

Tip I stedet for at rydde op kan du indsætte et nyt værksted med Ctrl/Cmd I eller oprette et nyt dokument med Ctrl/cmd N.



Tip

Genvejstasten for division er /

Obs

maltal.

Eksakt beregning er kun mulig, hvis der udelukkende indgår eksakte tal i udtrykket. Findes der blot et enkelt decimaltal i udtrykket, bliver resultat et deciI første linje er indtastningen afsluttet med Enter, og resultatet vises som en uforkortelig brøk. I anden linje er indtastningen afsluttet med Ctrl/Cmd Enter — dette giver en tilnærmet værdi.

Det er ikke kun rationale tal, der behandles eksakt. Det samme gælder for irrationale tal, der så vidt det er muligt pr. automatik omskrives til et standardformat. Nedenfor ser du nogle eksempler på dette (hvor logaritmen til 100 tastes som log(100)):

$\sqrt{12}$	$2\cdot\sqrt{3}$
$(1-2\cdot\sqrt{3})^2+(\sqrt{3}+3)^2$	$2 \cdot \sqrt{3} + 25$
ln(100)	2· ln(10)
$\log_{10} (100)$	2

Regning med bogstaver

Reducer udtrykket $2(\sqrt{x})^3 + (\sqrt{x} - x)^2$

Tip Potenser skrives vha. ^ - tasten. Opret en ny opgave ved at klikke på P og tilføj et Beregningsværksted. Hold godt øje med markøren mens du taster. Undervejs skal du bruge \rightarrow til at slippe ud af kvadratrødder, potenser og parenteser. Læg mærke til, at du kun behøver at sætte venstreparenteser — højreparenteser sættes automatisk.

Det eneste, du skal foretage dig for at få udtrykket reduceret, som vist, er at trykke på Enter, TI-Nspire CAS vil pr. automatik søge at reducere udtrykket mest muligt:

Tip Advarselstrekanten betyder, at resultatet kan være defineret i et større talområde end det oprindelige udtryk. I det oprin- delige udtryk skal der forudsættes, at $x \ge 0$. Dette er ikke nødvendigt i resulta- tet.	▲ 2. (√x) ³ +(√x - x) ² Advarsel Domænet af resultatet kan være større end domænet af inputtet.	x · (x+1) □
	$L^3 \sim L^2$	

⚠	$2 \cdot \left(\sqrt{x}\right)^3 + \left(\sqrt{x} - x\right)^2$	$x \cdot (x+1)$
⚠	$\frac{a^3 - a \cdot b^2}{a + b}$	$a \cdot (a - b)$
	Advarsel	

Du behøver blot at taste udtrykket ind -- reduktionen sker igen automatisk:

Tip

Advarselstrekanten betyder her, at man i det oprindelige udtryk skal forudsætte $a+b \neq 0$. Dette er ikke nødvendigt i resultatet. Når TI-Nspire CAS altid reducerer et udtryk mest muligt, hvad gør du så, hvis du vil have udregnet fx $(a+b)^3$?

Indtast $(a+b)^3$ og tast Enter. Der sker intet med udtrykket:

	$2 \cdot \left(\sqrt{x}\right)^3 + \left(\sqrt{x} - x\right)^2$	$x \cdot (x+1)$
Δ	$\frac{a^3 - a \cdot b^2}{a + b}$	$a \cdot (a - b)$
	$(a+b)^3$	$(a+b)^3$

Tip

3-tallet foran Algebra viser, at genvejen til Algebra menuen er 3. Tilsvarende for Udvid.

Obs

Selvom du vælger Udvid i menuen er det expand() der indsættes.

Tip

Du kan også skrive expand(direkte fra tastaturet. — men det er der råd for:

I værktøjsmenuen vælger du X= 3:Algebra → 3:Udvid, og kommandoen expand() indsættes i indtastningslinjen med markøren placeret i parentesen klar til indtastning.

Pil op og hent $(a+b)^3$ i historikområdet, og tast Enter. Udtrykket omskrives herefter til ledform, dvs. parentesen ganges ud og udtrykket skrives som en flerleddet størrelse:



Om at sætte på fælles brøkstreg

Obs

ComDenom er en

Common Denominator, som betyder "fælles nævner".

forkortelse af

Som du tidligere har set, sættes talbrøker pr. automatik på fælles brøkstreg. Det samme gælder ikke summer og differenser af symbolske brøker.



Hertil skal du bruge kommandoen ComDenom:

Vælg i værktøjsmenuen $\frac{1}{2}$ 2:Tal \rightarrow 7: Brøkværktøjer \rightarrow 4: Fællesnævner



Katalog

Obs

Drejer det sig blot om at konvertere et resultat, kan menupunktet

 Omskriv til brøk benyttes i stedet for exact.

Tip

Syntaksen for exact står i feltet for neden. Kommandoen exact skal som argument dels have et udtryk, og dels en valgfri tolerance, der skal adskilles med et komma. Der findes en kommando med navnet exact, der omsætter et decimaltal til brøk. Kommandoen exact findes ikke i nogen af menuerne, så den må du finde andetsteds — eller eller naturligvis blot skrive den.

Du kan finde den i den alfabetisk ordnede fortegnelse over alle instruktioner i Katalog: Klik på knappen Hjælpeprogrammer i sidepanelet og klik her på fanen Katalog. Med piletasterne samt PgUp-, PdDn-, Home- og End-tasterne kan du bladre i listen. Taster du e vil du hoppe til starten af de kommandoer, der starter med e. Flyt markeringen til exact(, og tast Enter. Kommandoen exact() kopieres da til indtastningslinjen. Nedenfor ser du et par eksempler på brugen af exact:



Obs

Eksponentnotationen E-4 fremkommer automatisk, når man skriver 0.0001 i eksakt() kommandoen. Hvis man selv vil skrive eksponenttegnet E skal man hente det i sidepanelet, ligesom man skal taste eksponenten -4 ind normalt (dvs. ikke som en eksponent).

exact(0.375)	<u>3</u> 8
exact(0.333)	<u>333</u> 1000
exact(0.333,0.001)	$\frac{1}{3}$
exact(0.333, 1. e-4)	<u>333</u> 1000
Ι	

Ligninger og genbrug

Løs ligningen $x = \frac{1}{r}$

Tip

Numerisk løsning af ligninger kan også udføres ved at skrive nSolve i stedet for solve. Kommandoen nSolve findes i Algebra-menuen som Løs ligning numerisk. Vælg i værktøjsmenuen X= 3:Algebra \triangleright 1:Løs ligning, og solve() bliver indsat på skærmen. Herefter indtaster du ligningen og fortæller, at ligningen skal løses med hensyn til x ved at skrive ,x efter ligningen. Tast Enter, og ligningen løses:

$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$ $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$ Solve $\left(x = \frac{1}{x-1}, x\right)$ Solve $\left(x = \frac{1}{x}, x\right)$ Solve $\left(x =$	x=-
Handlinger fal Ngebra Ngebra Ngebra Solve $\left(x = \frac{1}{x-1}, x\right)$ Solve \left(x = \frac{1}{x-1}, x\right) Solve \left(x = \frac{1}{x-1}, x\right) Sol	A
Tal > Ngebra 1:Løs ligning 2:Opløs i faktorer 3:Udvid 3andsynlighedsregning >	
Algebra 1:Løs ligning 2: Opløs i faktorer 3:Udvid sandsynlighedsregning 3:Udvid	
Differential- og integralregning 2:Opløs i faktorer \(x-1)\) Sandsynlighedsregning 3:Udvid 1, (1),	
Sandsynlighedsregning	
Sandayninghedaregning	
4:Find nulpunkter solve $ x=-x x>2$	
Statistik 5:Kvadratkomplettering	
vlatricer og vektorer 🔸 6:Løs ligning numerisk 1	x = -0.62
Finans , 7:Løs et system af ligninger , solve $\left x = \frac{x-1}{x-1}, x \right $	
-unktioner & programmer + 8:Polynomieværktøjer + 1	
9:Brøkværktøjer	
A:Omskriv udtryk	
B.Trigonometri	
C:Kompleks	
D:Udtræk ›	

Tip

Skulle du rende ind i en ligning solve ikke kan klare, kan du bruge nSolve med et passende gæt (se afsnittet om ligninger og uligheder).

Hvis du kun er interesseret i fx den positive løsning, kan du begrænse løsningsintervallet til de positive reelle tal vha. betingelses-operatoren | (findes som tast på en PC).

I skærmbilledet ovenfor henter du den indtastede ligning og indsætter betingelsesoperatoren | efterfulgt af x > 0. Tast Enter, og ligningen løses endnu engang (anden linje).

Laver du løsningsintervallet således, at der ingen løsninger er, svarer maskinen med false (tredje linje).

Er du ikke interesseret i de eksakte løsninger, men blot nogle tilnærmede, klares sagen med tastetrykket Ctrl/Cmd Enter (sidste linje).

Obs

Det er her du evt. kan skifte mellem indstilling i grader og radianer. Generelle indstillinger dækker alt bortset fra Grafer og Geoninger, Noter, Lister Hvis du vil have resultatet med flere eller færre decimaler end ovenfor, så skal du ændre indstillingerne ved at dobbeltklikke på Indstillinger i statuslinjen i bunden af skærmen:

Sidestørrelse:Computer	1.4	Indstillinger	2) om: 150% 💌 - + Tykkelse: 100% 💌 - +

Dette bringer denne dialogboks frem

Dokumentindstillinger	×
Generelle indstillinger	
Vis cifre	Flydende6 💌
Vinkel	Radian
Eksponentielt format:	Normal
Reelt eller komplekst format:	Reel
Beregningstilstand:	Auto
Vektorformat:	Rektangulær 💌
Talsystem	Decimal
Enhedssystem	SI
Gør til Standard Gendan	OK Annuller

I listen Vis cifre vælger du det antal decimaler du finder passende, og afslutter med Enter.

metri, dvs. Beregog Regneark samt Diagrammer og statistik. Tip Hvis du holder

markøren et øjeblik over Indstillinger, får du vist dine indstillinger:

Indsti	linger	Zoom:
	RAD AUT	O REEL

2

🥖 Grafer

I Graf-værkstedet kan du tegne og undersøge mange forskellige former for grafer.

En lille opgave med grafer

Tegn grafen for den lineære funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ og grafen for andengradspolynomiet $g(x) = x^2 - 2$.

Bestem skæringspunkterne mellem linjen og parablen.

1. Tegn graferne

Opret et nyt dokument ved at klikke på ikonet for at tilføje et nyt dokument — denne gang med et **Graf**-værksted tilføjet. Herefter skulle din skærm gerne se sådan ud (venstre skærmbillede):



Obs

Når du opretter et nyt dokument er det gamle dokument stadig åbent, og vil du senere fortsætte med at arbejde heri, så klikker du blot i fanen for dokumentet under arbejdsområdet: Indtastning af funktionerne sker i indtastningslinjen øverst på skærmen. Hvis du ikke allerede er oppe i indtastningslinjen, så klik med musen i feltet eller åbn indtastningslinjen ved at dobbeltklikke i grafrummet eller taste TAB.

Når indtastningen af f l(x) afsluttes med Enter, tegnes grafen straks, og indtastningslinjen lukker. Du åbner indtastningslinjen igen ved at dobbeltklikke i grafen.

På skærmbilledet til højre ser du, hvordan det skal se ud, når begge forskrifter er indtastede. Så længe du er i indtastningsfeltet kan du med piletasterne bladre i de indtastede forskrifter, og den aktive graf vil blive fremhævet og forskriften vist (Prøv!). Du kan også bladre i historikken ved at klikke på ikonet

Endelig kan du fremkalde forskriften ved at dobbeltklikke på grafen.





Tip

Du kan skjule eller fjerne en etiket ved at højre-klikke på etiketten og vælge Vis/Skjul eller Fjern i menuen. Hvis du slet ikke vil have vist etiketter, så kan du i Indstillinger i Grafer og Geometri-menuen fravælge disse. Herefter får du i graffeltet vist en aktiv markør, der kan optræde i flere forskellige former fx

124%

- og vise meddelelser og visuelle effekter alt efter, hvad markøren aktuelt peger på.

Hvis du fx vil have flyttet en etiket ved en graf, så flytter du markøren hen til etiketten, så pilen ændres til en åben hånd og teksten 'etiket' kommer til syne. Hold musen nede og træk med musen, så skifter hånden udseende og bliver til en gribende hånd. Træk etiketten derhen, hvor du vil have den:



2. Spor graferne

I Dokumentværktøjer for Grafer vælger du ¹√5:Spor ▶ 1:Spor.

Obs

Læg mærke til, at du bliver gjort opmærksom på interessante punkter under sporingen. Du kan flytte sigtekornet frem og tilbage på linjen vha. piletasterne og samtidig følge sigtekornets aktuelle koordinater på nederst på skærmen. Med et tryk på PilOp (eller PilNed) kan du binde sigtekornet til parablen, og du kan nu flytte sigtekornet frem og tilbage på parablen vha. piletasterne.



Obs

Med sporing aktiveret kan du taste en *x*-værdi på tastaturet, og når du trykker Enter, hopper du til det punkt på grafen, der har denne *x*værdi (og får samtidigt *y*-værdien vist).

Тір
Ikonet
<u></u>
I øverste venstre hjørne
af skærmen viser at
Spor alle er aktiveret.

Du kan spore begge grafer samtidig ved at vælge 5: Spor > 2: Spor Alle. Her bindes sigtekornet til *x*-aksen, og du kan nu flytte sigtekornet frem og tilbage på *x*-aksen vha. piletasterne, og samtidig følge grafpunkternes aktuelle koordinater på skærmen.



Med sporing kan du også aflæse nogle tilnærmede koordinater for skæringspunkterne. Forlad sporing ved at trykke på ESC.

3. Find skæringspunkterne mellem graferne grafisk/symbolsk

Først finder vi skæringspunkterne grafisk. Vælg i Dokumentværktøjer

A:Geometri → 1:Punkter og linjer → 3:Skæringspunkt(er).

Flyt markøren hen til en af graferne. Når markøren ændrer udseende til en pegende hånd, klikker du på grafen. Den udpegede graf blinker nu. Udpeg den anden graf tilsvarende, og straks efter vises skæringspunkterne:

Tip

Holder du musen hen over ikonet i øverste venstre hjørne vises der en forklaring på hvordan værktøjet bruges:

Skæringspunkt(er): Klik på det første objekt og dernæst på det andet objekt.



Skæringspunkterne kan vises — afhængig af maskinens indstilling — med 3 cifre.

Vil du ændre antallet af decimaler, så placerer du markøren over tallet, du vil ændre, og trykker + tasten for at få flere decimaler med, – tasten for at få færre. Du skal forlade det aktuelle værktøj ved at taste ESC inden du kan ændre antal decimaler. Nedenfor ændres antallet af decimaler på *y*-koordinaten 3.13 - fra 3.1 (tast -) til 3.133 (tast +):



Tip

Du kan nemt *trække* koordinaterne til en position, hvor de ikke ligger oven i grafen. Når du er færdig, flytter du blot musen. Lav tilsvarende ændringer for de øvrige koordinater, og flyt dem om nødvendigt, så det hele står pænt.

Tip Ctrl/Cmd I bringer dig direkte til værkstedslisten. Så finder vi skæringspunkterne symbolsk. Før du kan lave symbolske beregninger, skal du have føjet et **Beregnings-**værksted til dit dokument:

😶 Indsæt 🝷

Tryk på ikonet for indsæt ny side, og vælg Beregninger.

Hvis du har Sidesorterer vist i sidepanelet (ellers klik på knappen), kan du se, at der nu er to miniaturer til venstre på din skærm. Miniature 1 er dit Graf-værksted, miniature 2 er det Beregnings-værksted, du lige har tilføjet. Begge sider er en del af Opgave 1.

Idet de to funktioner er indtastet som hhv. f1(x) og f2(x) i Graf-værkstedet, kan du bestemme skæringspunkterne symbolsk ved at indtaste solve(f1(x)=f2(x),x). Dette giver dig de to skæringspunkters *x*-koordinater.

De tilhørende *y*-koordinater kan du finde ved at indsætte *x*-koordinaterne i en af forskrifterne én ad gangen:

Skriv f1(x) i indtastningslinjen. Hent en af løsningerne i historikområdet, og beregn *y*-værdien. Tilsvarende med den anden løsning.



Tip: Marker den del af løs-

Obs

nelet!

På en MAC findes |-

tegnet ikke direkte på

tastaturet og den sædvanlige genvej virker

ikke i TI-Nspire CAS, så |-tegnet må hentes fra tegnoversigten i sidepa-

ning, du vil hente, og tast Enter - *eller* grib markeringen og træk det til indtastningslinjen *eller* tryk Ctrl/Cmd C for at kopiere og Ctrl/Cmd V for at indsætte (højre-klik kan også bruges her).

Nyt eksempel og flere grafværktøjer

Tegn grafen for funktionen $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

1) Bestem funktionsværdierne p(3) og p(7).

2) Bestem funktionens nulpunkter og lokale ekstremer.

Opret et nyt dokument med et Graf-værksted og indskriv funktionen som $f_1(x)$



Husk

Du kan oprette et nyt dokument ved at taste SHIFT ALT Ctrl/Cmd N (for at få sidestørrelse computer) og derefter vælge det værksted, du vil starte i.



1. Manuel indstilling af grafvinduet

og indstil vinduet som vist til højre

Du kan få en pænere graf ved at indskrænke vinduet. Her skal du benytte et vindue, hvor x løber fra -5 til 5, og y løber fra -5 til 5.

Obs

Vælg

Du hopper fra felt til felt i dialogen vinduesindstillinger med TAB tasten. ælg

4:Vindue/Zoom ► Indstillinger for vindue..,

★ ↓ ▲ ↓ I:Handlinger ↓ W 2:Vis ↓ Obj 3:Grafindtastning/Redigér ↓		6.73 V Vinduesindstillinger	
↓ 4/Vindue/Zoom ↑ ↓ <td> Indstillinger for vindue 2:Zoom - Felt 3:Zoom - Ind 4:Zoom - Ud 5:Zoom - Standard 6:Zoom - I. kvadrant 7:Zoom - Brugerdefineret 8:Zoom - Trig 9:Zoom - Data A:Zoom - Fit B:Zoom - Kvadrat B:Zoom - Kvadrat </td> <td>XMin: -5 XMaks: 5 X-skala: Automatisk YMin: -5 YMaks: 5 Y-skala: Automatisk \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet</td> <td><u>x</u> 10</td>	 Indstillinger for vindue 2:Zoom - Felt 3:Zoom - Ind 4:Zoom - Ud 5:Zoom - Standard 6:Zoom - I. kvadrant 7:Zoom - Brugerdefineret 8:Zoom - Trig 9:Zoom - Data A:Zoom - Fit B:Zoom - Kvadrat B:Zoom - Kvadrat 	XMin: -5 XMaks: 5 X-skala: Automatisk YMin: -5 YMaks: 5 Y-skala: Automatisk \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet	<u>x</u> 10

Tip

Du kan også ændre vinduesgrænserne direkte i grafrummet ved at skrive direkte i felterne for aksernes start- og slutværdier og springe fra vinduesgrænse til vinduesgrænse med TAB. tryk OK, og grafen ser herefter således ud:





Der er en tredje mulighed for ændring af akseindstillinger:

Obs Holdes SHIFT nede, mens du trækker i en akse, er det kun denne akse der ændres.

Placer markøren ved en af aksemærkerne. Når markøren ændrer udseende til en åben hånd (højre skærmbillede ovenfor), griber med musen. Du kan nu ændre akseindstillingerne ved at trække aksemærket.

2. Funktionsværdier med Punktværktøj/Beregninger og Tabel

Vi lægger ud med at aflæse funktionsværdierne. Funktionsværdien i 3 kan dårligt aflæses på grafen (og i 7 slet ikke), men prøv med punktværktøjet: Vælg

🦗 8:Geometri → 1: Punkter og linjer → 2:Punkt på,

og afsæt et punkt på grafen. Når du forlader punktværktøjet (med ESC), kan du redigere punktets koordinater (også *y*-koordinaten!), og når du taster Enter, hopper punktet til de nye koordinater



Obs Husk, at du kan fortryde et valg med fortrydknappen



Prøv dernæst at indtaste 7 efterfulgt af Enter og se, hvad der sker ©

Vi prøver nu at finde funktionsværdierne i en funktionstabel.

Det er meget simpelt at få lavet en tabel (et sildeben) over funktioner.

Tip Genvejen til tabellen er Ctrl/Cmd T

Vælg 7: Tabel. Skærmen opdeles i to ruder: En til funktionsgrafen, og en til tabellen. I tabellen kan du se, at p(3) = 2 og at p(7) = 198.



Tip Du skifter fokus ved at klikke med musen i den rude, du vil have i fokus.

På skæmbilledet ovenfor er der en tyk ramme om tabellen. Det betyder, at tabellen er i fokus og at det er værktøjerne for tabellen der vises i sidepanelet. Hvis du vil have ændret indstillingerne i tabellen, vælger du

> 2:Funktionstabel > 5:Rediger funktionsindstillinger.

Indstiller du som vist på skærmbilledet, så vil du få en tabel med spring på 0.1



Hvis du vil beholde grafen og tabellen som en del af dit arbejde, men kunne arbejde videre med grafen uden tabel, så kan du tage en kopi af Graf-værkstedet, og sætte det ind som et nyt værksted. Metoden er denne:

Obs

Husk

Du benytter TAB

knapper og felter i

dialogbokse.

På en MAC skal en ny side først aktiveres, før du kan indsætte et værksted. Fx kan du klikke på sideminiaturen i sidepanelet.

Sørg for, at Graf-værkstedet er i fokus (tyk ramme om grafen). Klik foroven på den tykke ramme (bjælken). Dette får den tykke ramme til at blinke, og du kan nu kopiere din graf med Ctrl/Cmd C. Indsæt en ny side fx med Ctrl/Cmd I, men undlad at vælge et værksted! Tilbage er blot at indsætte grafen med Ctrl/Cmd V ©



Til sidst beregner vi funktionsværdierne ©

Før du kan lave beregninger, skal du have føjet et **Beregnings**-værksted til dit dokument.

Den beregning, der skal udføres, kan kort formuleres som f1(3), idet du har givet funktionen p navnet fI ved at indtaste forskriften for p som den første forskrift i graffeltet. Du kan overbevise dig om dette ved at skrive f1(x):

 $x^{3} - 3 \cdot x^{2} + 2$

2

198

 f1(x)

 f1(3)

 f1(7)

Tip

Obs

Hvis du vil have tegnet grafen for p, kan du blot skrive navnet p(x) ind i graffeltet. Naturligvis får p så også navnet f1 (hvis det er den første indtastede graffunktion). Det ville være mere elegant, hvis man blot kunne skrive p(3) og p(7), da funktionens navn er p. Men det er der råd for:

Du kan definere funktionen *p* direkte ved at skrive: $p(x) := x^3 - 3x^2 + 2$. Læg mærke til at der hører et kolon til lige før lighedstegnet! Herefter giver det mening af udregne p(3) og p(7)

Tip CTRL/Cmd I bringer dig direkte til værkstedslisten.

Skriver du blot f1 og ikke f1(x), får du

fejlmeddelelsen "Ar-

gumentfejl". Du skal altså altid huske at have argumentet med.

2: Grafer

fI(x)	$x^{3}-3 \cdot x^{2}+2$
f1(3)	2
f1(7)	198
$p(x):=x^3-3 \cdot x^2+2$	Udført
p (3)	2
p (7)	198
1	

3. Nulpunktsbestemmelse grafisk/symbolsk

Tip

Nulpunktsbestemmelsen kan også foretages med Sporingsværktøjet, der også viser interesse-

Vi lægger ud med at finde nulpunkterne grafisk. Vi skal bestemme det nulpunkt for p, der ligger i intervallet [-1,0]. Hvis du ikke allerede har grafen på din skærm, så skift til Graf-værkstedet.

Vælg værktøjet:

🧏 6:Undersøg grafer 🕨 1:Nul.

Først skal du udpege venstre endepunkt af det interval, du vil bestemme et nulpunkt i, så klik til venstre for nulpunktet:



Helt tilsvarende udpeges det højre endepunkt af søgeintervallet. Så snart markøren passerer forbi nulpunktet, vil en etiket poppe op og fortælle dig, at et nulpunkt er fundet.

Klik, og nulpunktet og værdien vises som et punkt på grafen:

punkter.

graf, du vil undersøge.

Hvis der er flere grafer, skal du først udpege den

Obs





Tryk Enter, og juster antallet af decimaler, fx ved at højreklikke og vælge attributter. Nulpunktet aflæses til -0.732051. Tilsvarende bestemmes de andre nulpunkter.

Så finder vi nulpunkterne symbolsk

Du kan naturligvis også foretage en symbolsk bestemmelse af det nulpunkt for p, der ligger i intervallet [-1,0]. Skift til Beregnings-værkstedet og brug værktøjet

X= 3:Algebra ▶ 4:Find nulpunkter

Den færdige indtastningslinje skal se således ud: $zeros(f1(x), x) | -1 \le x \le 0$

Hvis du vil finde alle nulpunkter, så dropper du blot betingelsen $|-1 \le x \le 0$. Læg mærke til, at i begge tilfælde får du resultatet som en *liste* — dvs. med krøllede parenteser omkring:

$\operatorname{zeros}(fI(x),x) -1 \le x \le 0$	$\left\{-\left(\sqrt{3}-1\right)\right\}$
$\operatorname{zeros}(fI(x), x)$	$\left\{-\left(\sqrt{3}-1\right),1,\sqrt{3}+1\right\}$

Obs Denne opgave kan naturligvis også løses med **solve**. Den eneste forskel er den måde, hvorpå løsningen vises.

Tip

Du laver nemmest tegnene \leq og \geq vha. genvejene \leq og >= De findes også i Tegnfanen i sidepanelet.

4. Minimum og maksimum grafisk/symbolsk

Du skal nu finde det lokale minimum, funktionen har i nærheden af 2. Hertil kan du benytte værktøjet:

k 6:Undersøg grafer ► 2:Minimum.

Obs Hvis der er flere grafer, skal du først udpege den graf, du vil undersøge.

Først skal du udpege venstre endepunkt af det interval, du vil bestemme minimum i, så klik til venstre for minimumspunktet:



Helt tilsvarende udpeges det højre endepunkt af søgeintervallet. Så snart markøren passerer forbi minimumspunktet, vil en etiket poppe op og fortælle dig, at et minimum er fundet. Klik, og minimumspunktet og værdien vises som et punkt på grafen:



Prøv selv at bestemme det lokale maksimum. Dette får du ikke nødvendigvis angivet som (0,2), men fx som (1.74E-7,2) — afhængig af det valgte søgeinterval. Ved at ændre antallet af viste decimaler kan du få det lokale maksimum angivet som (0.,2), hvor punktum efter 0 viser, at værdien ikke er eksakt 0. Husk på, at **Graf**-værkstedet arbejder med en numerisk løsningsmetode. Skal det være en eksakt bestemmelse, så må du en tur i **Beregnings**-værkstedet.

Tip Vil du ændre antallet af

decimaler, så placerer du markøren over tallet, du vil ændre, og trykker + tasten for at få flere decimaler med, –tasten for at få færre.

Så finder vi ekstremumspunkterne symbolsk. Du kan lave en eksakt bestemmelse af minimum og maksimum i Beregnings-værkstedet. Hertil skal du benytte værktøjet

 $\int d$ 4:Differential og integralregning > 7:Funktionsminimum

For at bestemme det minimum, der ligger i intervallet]1,3[, indtastes derfor kommandoen: fMin(f | (x), x) | 1 < x < 3

$\operatorname{zeros}(fI(x),x) \cdot 1 \le x \le 0$	$\left\{-\left(\sqrt{3}-1\right)\right\}$
$\operatorname{zeros}(fI(x),x)$	$\left\{-(\sqrt{3}-1),1,\sqrt{3}+1\right\}$
$\mathbf{fMin}(fI(x),x) 1 < x < 3$	x=2
f1(2)	-2
I	

Funktion givet ved en tuborg-forskrift



og løs ligningen f(x) = 1.

Gå til indtastningsfeltet i Graf-værkstedet, og skriv forskriften ind i f 2, idet du bruger skabelonen for tuborg-forskrifter, som du finder i fanen Matematikskabeloner i sidepanelet under Hjælpeprogrammer:



Tip Du laver nemmest tegnene ≤ og ≥ vha. tastekobinationerne <= og >=. De findes også i **Tegn**-fanen i Sidepanelet.

Ligningen løses let vha. grafværktøjerne, når først f 3(x)=1 er indtastet. Her er det vist med skæringsværktøjet fra Geometri-menuen. Men ligningen kan selvfølgelig også løses symbolsk:


👤 Geometri

3

Geometriske konstruktioner

Her og i de kommende afsnit skal du lave en række geometriske konstruktioner.

For at se, hvordan dette virker, skal du nu konstruere midtnormalerne i en trekant, fastlægge midtnormalernes skæringspunkt og benytte dette punkt til at konstruere trekantens omskrevne cirkel. Konstruktionen foregår i plangeometrisk visning — dvs. uden koordinatsystem.

Opret et nyt dokument og indsæt et **Geometri-**værksted. Arbejdsområdet vil være blankt — dog med angivelse af en skalaenhed i øverste højre hjørne. Denne er som standard sat til 1 cm (men den kan ændres til andre størrelser og andre enheder).



For at tegne en trekant, skal du afsætte tre punkter i geometriske plan. Placer markøren, hvor du vil afsætte det første punkt, og klik. Når du flytter blyanten hen til det næste punkt, vil du se en stiplet linje mellem det afsatte punkt og det nye. Når du er nået til den ønskede placering, klikker du. Det sidste punkt afsætter du på samme måde:



Så skal midtnormalerne konstrueres: Vælg

Obs

Etiketten *side* viser, at det er en side i trekanten, du peger på. Ved mere komplicerede konstruktioner kan det være svært at udpege det ønskede objekt. Med TAB kan du skifte mellem objekterne.

Obs Når en linje udpeges

bliver linjen tyk. Når du vælger linjen (ved at klikke), så bliver linjen tynd. Til afsættelse af en midtnormal behøver du kun at udpege en af trekantens sider. Så snart markøren rammer en af siderne, ændres markøren til en pegende hånd, og midtnormalen vises som en stiplet linje:

→ 7:Konstruktion → 3:Midtnormal.



Klik for at fæstne midtnormalen. Værktøjet til konstruktion af midtnormal forbliver aktivt indtil du vælger et nyt værktøj (eller taster ESC). Så for at konstruere midtnormalen på en af de andre sider behøver du blot at klikke på ønskede side i trekanten. Gør det!

Nu skal skæringspunktet mellem de to midtnormaler konstrueres: Vælg

4:Punkter og Linjer > 3:Skæringspunkt(er).

Klik på de to linjer (dvs. midtnormalerne) én efter én, og skæringspunktet fastlægges.





Med udgangspunkt i dette skæringspunkt skal du nu konstruere en cirkel med centrum i dette punkt og radius fastlagt som afstanden fra centrum til en af vinkelspidserne. Vælg cirkelværktøjet med

• 5:Figurer ► 1:Cirkel

Først fører du markøren hen til midtnormalernes skæringspunkt — skæringspunktet skal blive fremhævet og etiketten *skæringspunkt* skal vises (venstre skærmbillede). Klik så, for at fastlægge centrum.

Flyt nu markøren til en af vinkelspidserne — igen skal punktet være fremhævet og etiketten *punkt* skal vises (højre skærmbillede). En stiplet cirkel antyder, hvordan resultatet kommer til at se ud. Klik for at fastlægge radius.



For denne trekant ser det ud til, at den cirkel, du har tegnet, går gennem alle vinkelspidser. For visuelt at tjekke, om dette er tilfældet for andre trekanter, kan du med TI-Nspire CAS dynamisk ændre trekanten, så hele konstruktionen opdateres:

Forlad cirkelværktøjet ved at taste ESC. Før markøren hen til en af vinkelspidserne, og sørg for, at markøren er en åben hånd og etiketten *punkt* vises.

Grib punktet, og træk det til en anden placering. Læg mærke til, at figuren opdateres løbende under deformationen.



Du kan bygge videre på konstruktionen ved fx at konstruere trekantens indskrevne cirkel. Inden du går i gang med dette, er det en god ide at skjule midtnormalerne, der jo kun tjener som konstruktionslinjer. Det gør du således:

Obs

For at skjule et objekt kan du også højreklikke på objektet og vælge Skjul i kontekstmenuen. Vælg

I:Handlinger ► Vis/Skjul.

Flyt markøren hen på en af midtnormalerne, så markøren ændres til et 'overstreget øje' og klik så. Herved bliver midtnormalen næsten usynlig. Gør det samme med den anden midtnormal. Når du forlader Vis/Skjul-værktøjet (tast ESC), så er midtnormalerne usynlige.



Tip

Dette er nemmest at navngive punkter samtidig med at de afsættes: Tast blot navnet umiddelbart efter punktet er placeret. Ved navngivning senere højreklikker du, og vælger Navngiv.

Centrum for den indskrevne cirkel konstrueres som vinkelhalveringslinjernes skærings punkt. Værktøjet finder du her:

→ 7:Konstruktion → 4:Vinkelhalveringslinje.

I nedenstående skærmbillede er vinkelspidserne navngivet for at lette beskrivelsen af, hvordan udpegning af en vinkel foregår: Hvis du vil tegne vinkelhalveringslinjen fra $\angle B$, så udpeger du vinklen ved at udpege punkterne *A*, *B*, *C* i denne rækkefølge (eller *C*, *B*, *A*).

Det højre skærmbillede viser to vinkelhalveringslinjer med skæringspunktet konstrueret.



Husk

at når du udpeger et punkt, så skal markøren være en pegende hånd og etiketten *punkt* skal vises.

Vælg

Tilbage er blot at bestemme et punkt på periferien af den indskrevne cirkel. Da trekantens sider er tangenter til den indskrevne cirkel, kan du konstruere tangeringspunktet ved at konstruere en linje gennem centrum og vinkelret på en af siderne:

og udpeg en af siderne og centrum: + 7:Konstruktion + 1:Vinkelret,



På det højre skærmbillede er skæringspunktet mellem den konstruerede vinkelrette linje og siden *BC* konstrueret. Skjul alle konstruktionslinjer, og konstruer den indskrevne cirkel ved at bruge cirkelværktøjet og udpege centrum og tangeringspunkt



Grib fat i en af trekantens vinkelspidser og deformer figuren. Tjek, at alt virker!

Udsmykning i Geometri

Hidtil har vi bare tegnet med sort streg og anvendt standardtypografier. Men der er forskellige muligheder for pynte på konstruktionen. Dels er der formatbjælken lige over vinduet, hvor vi bl.a. har adgang til at farvelægge figuren. Dels kan man lege med figurernes attributter (kendetegn).

Når man farvelægger det indre af figurer skal man være opmærksom på at de farvede lag lægges oven på hinanden, så de øverste lag skjuler de inderste. Her gælder nu princippet, at

Nye figurer ligger altid oven på de gamle!

Skal man farvelægge trekanten med dens omskrevne og indskrevne cirkel, skal trekanten derfor tegnes *efter* man har tegnet den omskrevne cirkel, men *før* man har tegnet den indskrevne cirkel! Man kan da enten vende konstruktionen på hovedet og tegne cirklen først, eller man kan vente med at tegne trekanten *som trekant*, indtil den omskrevne cirkel er konstrueret. Dvs. først tegnes trekanten som linjestykker og derefter som trekant, når man er kommet så langt \bigcirc

Man farvelægger nu den omskrevne cirkel ved at klikke på den og vælger den gule farve



Obs

Husk at når man klikker på flere figurer efter hinanden bliver de alle valgt. For at *fravælge* en tidligere figur skal man derfor klikke i et tomt område af tegneplanen. Derefter klikker man udenfor figurerne og klikker på trekanten, der farves orange, og tilsvarende klikker man udenfor figurerne og farver den indskrevne cirkel rød.



Vi kan så tilsvarende farvelægge punkterne i trekanten, ligesom vi kan fremhæve de to cirklers centre. Endelig kan vi fremhæve trekanten ved at opfede siderne. Når vi højreklikker på trekanten og vælger attributter får vi adgang til at ændre linjetykkelse og linjestil



Når vi tilsvarende højreklikker på et punkt og vælger attributter får vi adgang til at ændre punktstil i det vi kan vælge mellem 13 forskellige udseender:



Der er altså rigelige muligheder for at fremhæve særlige punkter. Læg i sær mærke til at man kan spille på størrelsen af punkterne, idet de nu kommer i fem forskelige størrelser!



Læg mærke til at navnene på hjørnepunkterne følger punkternes farve.

Vi kan også indføre forklarende tekstbokse, men kun én linje ad gangen. De egner sig derfor ikke til lange forklarende tekster ☺.

Vi kan fx tilføje teksterne 'Indskreven cirkel' og 'Omskreven cirkel' og lade den pege på cirklerne ved hjælp af vektorstrege (pile), der hentes i Punkter og linjemenuen:



Farverne i tekstboksene er sat som linjefarver med Betingelser, idet der ikke umiddelbart er adgang til at formatere teksten i tekstboksene. Højreklik i tekstboks og vælg **Betingelser** og indstil linjefarven med det relevante nummer, der derefter bliver vist betingelsesløst ©

Konstruktion af målfast figur

I trekant ABC er $\angle A = 35^\circ$, b = 5 cm og a = 6 cm.

1. Tegn en model af trekanten

2. Bestem de ukendte sider og vinkler samt trekantens areal.

Bemærkning: Hvis sidelængderne i stedet er fx 50 cm og 60 cm behøver du ikke at skalere tallene for at få figuren til at være på skærmen: Du klikker bare på skalaenheden og retter fx denne til 10 cm.

10 cm

Opret et nyt Geometri-værksted. Først skal du konstruere $\angle A$. Hertil skal du bruge en vandret halvlinje.

Tip Det er nemmest at afsætte halvlinjen vandret, hvis du holder SHIFT nede imens.

Vælg

● 4:Linjer og punkter → 6:Halvlinje og afsæt to punkter. Så vil du få en halvlinje med start i det første punkt



Obs

Sørg om nødvendigt for, at vinkelmålet i Geometri er Indstillet til grader: Vælg menupunktet

9:Indstillinger og indstil vinkelmålet i Geometri til grader. Denne halvlinje skal nu drejes 35°. Vælg hertil værktøjet

8:Transformation > 4:Drejning.

Til en drejning skal du udpege tre ting:

- 1. Drejningspunktet udpeg halvlinjens startpunkt
- 2. Drejningsvinklen tast tallet 35
- 3. Objektet, der skal drejes udpeg halvlinjen





1. Centrum — som centrum udpeger du halvlinjens startpunkt

På det højre skærmbillede ser du en cirkel tegnet med centrum i halvlinjens startpunkt og radius 5. Denne laver du med værktøjet

. 5:Figurer ► 1:Cirkel:

punkt 📾

Husk

2. *Radius* — indtast tallet 5

Du konstruerer skæringspunkter med værktøjet 7: punkter og

linjer ► Skæringspunkt(er). Desuden skal du konstruere skæringspunktet C mellem cirklen og den vandrette halvlinje. Konstruer tilsvarende med cirkel-værktøjet en cirkel med centrum i C og radius 6. Konstruer også her skæringspunktet B med det venstre vinkelben:



På det højre skærmbillede er der konstrueret en trekant ud fra de tre konstruerede punkter med værktøjet

Obs

Det er vigtigt, at du konstruerer en trekant, og ikke blot forbinder med linjestykker. O 5:Figurer ► 2:Trekant

Desuden er alle konstruktionslinjer skjult og vinkelspidserne er navngivet ved at højreklikke på vinkelspidsen og vælge **Navngiv** fra kontekstmenuen. Navneetiketterne kan flyttes efterfølgende, men trækkes de for langt væk fra det tilhørende punkt, følger de ikke længere med punktet, når dette flyttes.

Nu er alt klar til at foretage målinger på modellen. Værktøjet, du skal bruge, finder du her:

Obs

Obs

Du måler vinkler

Hvis du i stedet klikker på en af trekantens sider, så får du vist omkredsen af trekanten, og ikke sidelængden.

Klik først i punktet *A*, og dernæst i punktet *B*. Så vises længden af siden *AB* ganske svagt. Flyt markøren hen, hvor du ønsker, at længden skal stå. Klik for at placere:



med værktøjet Ŀ Vinkel Med vinkelværktøjet måler du $\angle B$ og $\angle C$. Her skal du udpege vinklen ved at udpege tre og arealer med punkter med den aktuelle vinkelspids som den midterste. Arealet bestemmes ved at udværktøjet pege trekanten (ét klik): Areal. 1 *cm* Obs Pas på, at du ikke kommer til at slette tekstfeltet med vinkelmålingen. Skulle det ske, så kan du redde det AB=9.37 cr med fortryd Tip Hvis du synes, at tegningen er blevet for lille, kan du ændre skalaenheden til fx 0.5 cm. 1 cm 1 cm 13 4 cm

> I denne model kan du ikke gribe fat i et hjørne og trække, men du kan ændre i tallene 35, 5 og 6, som konstruktionen er baseret på. Du klikker blot på et af tallene og indtaste en ny værdi. Herefter vil modellen omgående blive gentegnet, og de nye værdier vil blive

vist. Særlig interessant er det i ovenstående model at ændre *a* til fx 4. Dette er gjort på skærmbillederne nedenfor:



Læg mærke til, der dukkede et nyt punkt på siden *AB*. Her er der altså to mulige konstruktioner. For at forstå, hvad der sker, er det en god ide at vise konstruktionscirklen med centrum i *C*!

Bemærkning: Der findes en simpel konstruktion af *en grundlinje med en bestemt længde*: Man afsætter simpelthen et linjestykke med en vilkårlig længde og måler længden (fx ved at højreklikke på linjestykket). Efterfølgende retter man længdemålet til det ønskede:



Efterfølgende er det en god ide at låse målingen så man ikke ved en fejltagelse kommer til at rykke i endepunktet og derved ødelægge målet. Det gøres ved at højreklikke i målingen, vælge attributter og låse hængelåsen:



Desværre kan man ikke på samme måde rette vinkler til ③. Så det er kun en nødtørftig start på en egentlig konstruktion.

En opgave løst i Geometri-værkstedet

Vi viser nu en typisk trigonometri-opgave løst rent geometrisk i Geometri-værkstedet. Senere hen vil den samme opgave blive løst i Note-værkstedet.

To personer bestemmer en flods bredde vha. et målebånd og en vinkelmåler. De to personer står med 11 meters afstand og måler sigtevinklerne A og C til et træ på den anden side af floden. Vinkel A måles til 79° og vinkel Ctil 64° (se figur)

- a) Bestem |BC|
- b) Bestem flodens bredde, dvs. højden fra *B* i trekant *ABC*



Åbn et Geometri-værksted:

1. Konstruer en grundlinje AC med længden 11 m (skift skalenhed til meter 🕲).

2. Drej punktet C omkring A med vinklen 79°. Drej tilsvarende punktet A omkring C med vinklen -64°, hvor du først taster 64 og derefter tilføjer minustegnet (idet drejningen denne gang foregår i negativ omløbsretning).

3. Træk halvlinjer fra A gennem drejningspunktet C' og tilsvarende fra C gennem drejningspunktet A'.

4. Konstruer skæringspunktet B og træk trekanten op.

Nu da trekanten er konstrueret kan vi nemt måle de ønskede størrelser. Brug længdeværktøjet til at måle siden BC (klik i $B \circ g C$) henholdsvis højden fra B (klik i $B \circ g$ siden AC). Sæt labels på målingerne ved at tilføje navne til målingerne.



Tilbage er der bare at tilføje en konstruktionsforklaring og de relevante målinger. De indsættes som tekstblokke en linje ad gangen. Vi har sat præcisionen af målingerne op ved hjælp af attributter for målingerne.

Man kan sætte teksten pænere op ved at farve overskrift og konklusioner (højreklik og sæt linjefarven med brug af **Betingelser**).

Endelig kan man sammenkæde den ved at højreklikke på en tekstbloks og hægte den på de øvrige tekstblokke. Det sker bagfra, dvs. fra neden: Højrekikkes på sidste tekstbloks kan den hægtes sammen med den foregående:



Derefter højreklikkes i den øverste af de to tekstblokke og de hæftes på den foregående (Målinger). Det samme gøres med Konstruktionsforklaringen.

Opgaven er nu løst og klar til at skrive ud ©

Geometri spiller også en stor rolle i **Graf**-værkstedet. Her er geometri-menuerne samlet for sig, men virker ligesom i et **geometri**-værksted. Man dog skal huske at figurerne kun vises korrekt, hvis koordinatsystemet er skalatro, dvs. benytter samme enhed på *x*-aksen og *y*-aksen (svarende til vinduesindstillingen **Zoom-kvadrat**). Tilsvarende er enheden nu ikke som standard cm, men i stedet koordinatenheden u (for unit)

Geometri i Grafværkstedet

- 1. Tegn grafen for $f(x) = \frac{1}{x}$.
- 2. Vælg 3 punkter på denne graf og konstruer en trekant ud fra disse.
- 3. Konstruer højdernes skæringspunkt i trekanten.
- 4. Fremsæt en påstand om højdernes skæringspunkt

Nedenfor ser du grafen for f tegnet i et **Graf**-værksted (der er zoomet ind en gang) og trekanten konstrueret, idet vi har benyttet **Punkt** På værktøjet til at konstruere de tre punkter på grafen og **Trekant** værktøjet til at konstruere trekanten. Til sidst har vi skjult koordinaterne:



Konstruer to højder med Vinkelret værktøjet, og konstruer de to højders skæringspunkt:



Træk nu i et punkt, og følg nøje med i, hvad der sker. Inden du fremsætter din påstand, skal du også undersøge, hvad der sker, hvis de 3 punkter ligger på samme gren af hyperblen.

Porten i parablen

Vi kombinerer nu de færdigheder vi har oparbejdet ved at løse den følgende opgave:



b. Bestem den højest mulige port, der kan indsættes, når bredden af porten skal være 3 m, og bestem den port, der har det størst mulige areal.

Indlæg koordinatsystemet, så parablen skærer akserne i (-2.5,0), (2.5,0) og (0,4.8). Forskriften beregnes i **Beregninger** og parablen tegnes i et **Graf**-værksted:



Lav en port med bredden 3 m således: Vælg værktøjet

Tip Hold markøren over ikonen i arbejdsområdet for at få en beskrivelse af, hvordan værtøjet virker.

ᆋ 8:Geometri 🕨 4:Konstruktion 🕨 8:Overfør måling.

Indtast tallet 1.5 og afslut med Enter. Udpeg dernæst *x*-aksen for at overføre målet hertil.

I det højre skærmbillede er der konstrueret en linje vinkelret på *x*-aksen i det nye punkt, og linjens skæringspunkt med parablen er konstrueret. Tilbage er der blot at måle afstanden mellem de to punkter. Hertil benytter du måleværktøjet, og udpeger de to punkter.



Til den anden del af opgaven skal du konstruere en port på et *frit punkt* på *x*-aksen. Ovenstående konstruktion kan ikke umiddelbart genbruges, da punktet på *x*-aksen er låst, men med værktøjet

No. 1:Handlinger ► A:Omdefiner,

kan du frigøre punktet:



Afslut med at klikke (men ikke i et gitterpunkt på aksen!) og forlad værktøjet med ESC. Kontroller, at du kan gribe punktet

Så skal konstruktionspunkterne spejles i y-aksen. Benyt værktøjet

✓ 8:Geometri ► 5:Transformation ► 2:Spejling i linje.
Udpeg først det punkt, du vil spejle, dernæst spejlingsaksen (her *y*-aksen):



til at konstruere porten. Du udpeger de 4 punkter ét efter ét, og taster Enter (eller dobbeltklikker) i det sidste punkt for at afslutte. Mål arealet:



Skjul konstruktionslinjen. Grib derefter det frie punkt på *x*-aksen, og flyt lidt frem og tilbage indtil du finder det største areal.



En elegant metode til at finde det maksimale areal er at lave et såkaldt geometrisk sted.

Hertil skal du først konstruere et punkt (x,y), hvor y er arealet svarende til (den halve) portbredde x:

- 1. Overfør areal-tallet til y-aksen (venstre skærmbillede nedenfor). Du skal måske regulere din y-akse først, så du kan se punktet — YMaks skal mindst være 10.
- 2. Konstruer dernæst en linje vinkelret på y-aksen gennem det konstruerede punkt (linjen vinkeret på *x*-aksen er der allerede!).

3. Konstruer skæringspunktet for de to linjer vinkelret på x-aksen og vinkelret på yaksen..



4. Skjul de to konstruktionslinjer, og vælg værktøjet

8:Geometri > 4:Konstruktion > 6:Geometrisk sted.

Udpeg det frie punkt på *x*-aksen. Se det venstre skærmbillede nedenfor. Pilen viser, at punktet er det uafhængige punkt, som kan bevæges frem og tilbage. Udpeg herefter det konstruerede afhængige punkt — og straks ser du det geometriske sted i stiplet form. Når du klikker, får du et fuldt optegnet spor.

Træk i det frie punkt igen, og følg med i, hvad der sker. Træk også punktet uden for intervallet [0,0.25], så får du en forklaring på, hvorfor kurven ser ud, som den gør.



Du skal være opmærksom på, at det er et tilnærmet resultat, du har fundet her. Arealet af porten kan udtrykkes ved funktionen $g(x) = 2 \cdot x \cdot f(x)$, $0 \le x \le 2.5$. Maksimum for denne funktion er 9.2376, hvilket du nemt kan bestemme i et Beregnings-værksted.

Analytisk geometri

I den analytiske geometri har du de geometriske objekter beskrevet ved hjælp af punkter. Fx er en linje beskrevet fuldstændig ved to punkter på linjen.

Find ligningen for linjen gennem punkterne (-6,4), og (5, -4.5).

Åbn et nyt Graf-værksted, og indsæt et gitter med

2:Vis + 6:Gitter + 3:Linjegitter



Du afsætter punkter i koordinatsystemet ved at vælge

🚧 8:Geometri 🕨 1: Punkter og linjer 🕨 1:Punkt,

og blyant-ikonen kommer til syne. Tast nu en venstreparentes, og blyantens koordinater vises. Du vil sikkert se andre koordinater end dem du ser på det venstre skærmbillede nedenfor, men det betyder ikke noget. Indtast nu -6 efterfulgt af Enter, og y-koordinaten markeres:



Indtast 4 og afslut med Enter.

Obs Du kan ændre skalaen for gitteret (her 1, så gitteret svarer til heltallige koordinater) ved at klikke på skalamærkerne og ændre værdien.

Obs

Når du indtaster koordinaterne må du endelig ikke bruge TAB-tasten! Så åbner du nemlig i stedet for indtastningslinjen til forskrifter for funktioner.



Punktet (5,-4.5) afsættes helt tilsvarende.

Du kan fx få vist punktets koordinater med værktøjet (du kan også højreklikke på punktet)

1:Handlinger 7:Koordinater og ligninger.

Flyt markøren hen til punktet. Når finger-ikonet vises, vises samtidig koordinaterne nedtonet. Klik for at vælge punktet, og klik der, hvor du vil have koordinaterne (-6,4) placeret.

Tegn en linje gennem punkterne, (-6,4) og (5,-4.5) med linjeværktøjet

♦ 8:Geometri 1: Punkter og linjer 4:Linje.

Du kan ligesom før få vist linjens ligning med

(eller du kan højreklikke på linjen). **1**:Handlinger ► 7:Koordinater og ligninger



Bemærkning: Du kan faktisk afsætte punkter i gitteret uden at skulle indtaste koordinater — du skal blot flytte blyant-ikonen til det ønskede gitterpunkt, og når meddelelses 'punkt på' vises, da klikker du.

Du kan naturligvis også arbejde helt uden gitteret ©.

Skyderobjekter

Obs Punkter afsat med koordinater er *frie* punkter, dvs. du kan trække i dem! For at låse dem skal du højreklikke på punktet og vælge Fastgør.

Obs

Du ændrer et koordinatsæt ved at flytte markøren til koordinatsættet, og dobbeltklikke på koordinaterne.

Tip Skulle du have glemt, hvordan du afsætter punkter, flyt da blyanten op på værkstedsikonen, og en vejledning vil komme frem.

En cirkel har centrum i (-2,3) og radius r = 5. Find ligningen for de to tangenter, der er parallelle med linjen med ligningen $y = \frac{3}{4}x$.

Åbn et nyt Graf-værksted, og indsæt et gitter med

Obs Du kan i stedet åbne et nyt Geometriværksted og vælge 2:Vis ► 1:Graftegning Afsæt punktet (-2,3) i gitteret, og indtast tallet 5 som tekst. Benyt **cirkel**-værktøjet til at tegne cirklen ved at udpege centrum og radius. Tegn linjen som funktionen $f l(x) = \frac{3}{4} \cdot x$. Indstil vinduet passende:



Tip I kontekstmenuen får du også mulighed for animation. Prøv dette! Vælg nu

I:Handlinger ► B:Opret skyder.

Et skyderobjekt kommer da til syne på skærmen sammen med dialogboksen for skyderen. Ret variabelnavnet til \mathbf{k} og indstil som vist:



Tip Du kan ændre skyderens start- og slutværdi direkte, ligesom du kan med en koordinatakse. Efterfølgende kan du flytter rundt på skyderen ligesom du kan udvide den eller trække den sammen ved at hive i ankrene på siden af skyderen.

Knyt skydervariablen **k** til funktionen ved at ændre forskriften til $f1(x) = \frac{3}{4} \cdot x + k$. Grib skyderen, og træk i begge retninger, indtil linjen tangerer cirklen:



Du kan også gå helt anderledes til værks uden brug af skyder, så fjern leddet +**k** i forskriften for f 1(x):

Konstruer først skæringspunkterne mellem linjen og cirklen, og forbind de to punkter med et linjestykke. Skjul linjen. Konstruer en linje gennem centrum, og vinkelret på linjestykket. Konstruer skæringspunkterne mellem denne linje og cirklen:

Tilbage er blot at konstruere linjer i de to skæringspunkter parallelle med linjestykket. Hertil benytter du

🧈 8:Geometri 🕨 4:Konstruktion 🕨 2:Parallel,

og får vist ligningerne med

Obs

En linje defineret som en funktion kan

ikke indgå i en

Vinkelret kon-

struktion. Først må du konstruere en geometrisk ret linje

oven på den retline-

de graf.



58

5

🛄 Lister og regneark

Som navnet antyder bruges lister og regneark både til at håndtere lister i tabeller og celler i regneark. Ydermere er det et symbolsk regneark. Der er altså tale om en udvidelse af de sædvanlige regneark ©

Opret et nyt dokument, og indsæt et Lister og Regneark værksted

📲 1:Tilføj Beregninger		•	A	В	С	D	E	F	G	
💹 2:Tilføj Grafer		=								
📐 3:Tilføj Geometri										
📰 4:Tilføj Lister og Regneark	Klik her for at tilføje en applikation							I		
🔟 5:Tilføj Diagrammer og statistik		2								
📃 6:Tilføj Noter		3								
🜆 7:Tilføj Vernier DataQuest™			-							<u> </u>
			4						ļ]	
		5								
		6								
		7								
		8								
		9								
	10									
		Δ 7								
		2 1 2								

Regnearket

Obs

Du kan følge din indtastning i nederste linje på skærmen, hvor indholdet af den aktuelle celle vises i Pretty Print.

Tip:

Du navigerer i regnearket med piletasterne. En indtastning afsluttes med Enter eller PilNed.

På det højre skærmbillede ovenfor ser du regnearket. Den øverste række viser søjlenavnene (A, B, C, ...). Til højre for søjlenavnet er et tomt felt, navnefeltet, hvor du kan tildele søjlen et navn. Rækken umiddelbart under er formellinjen, hvor du kan fastlægge en hel søjle/liste ad gangen. Først i 3 række begynder selve regnearket, hvor du kan fastlægge en enkelt celle. Så længe man befinder sig under skillelinjen virker regnearket som et traditionelt celleark (ala Excel), men inddrager du navnelinjen eller formellinjen arbejder du med hele søjler/lister ad gangen, og regnearket virker da som et listeark.

Regnearket indeholder kun 26 søjler (A-Z), men 2500 rækker.

Tast tal ind i søjle A, som vist nedenfor, og placer markøren i formelfeltet under B, hvor du skriver søjleformlen 2a + 1 (lighedstegnet skriver programmet selv, når du dobbeltklikker i formelcellen):

	A	В	С	D	E	F	G		•	Ą	В	С	D	E	F	G
=		=							=		=2a+1					
1	1								1	1						
2	2								2	2						
3	5								3	5						
4	7								4	7						
5									5							
6									6							
7									7							
8									8							
9									9							
10								3	10							
B =	-							ן ו	B =	2a+1						

Tast Enter, og de beregnede værdier fyldes i søjle B (venstre skærmbillede nedenfor):

	A	в	С	D	E	F	G	2		A	В	С	D	E	F	G
=		=2*a[]+1							=		=2*a[]+1					
1	1	3							1	1	3					
2	2	5							2	2	5					
3	5	11							3	5	11					
4	7	15							4	7	15					
5									5	9	19					
6									6							
7									7							
8									8							
9									9							
10								1	10							
B =	=2· a[[]]+1								A6	·						<u></u>

Obs

For at undgå navnekonflikt sættes automatisk [] efter *a* i formlen for søjle B. Naviger til celle A5, og indtast her fx 9 efterfulgt af Enter (højre skærmbillede ovenfor). Læg mærke til hvordan søjle A udgør en *uafhængig* liste, hvor du helt frit kan indtaste celleværdier, mens søjle B udgør en *afhængig* liste, der opdateres løbende i takt med ændringerne i søjle A.

Navngivning af søjler

Pil op til navnefeltet til højre for søjlenavnet A, og skriv her **xk**. Tilsvarende skriver du **yk** i feltet til højre for B (venstre skærmbillede nedenfor)

Variabelnavnene **xk** og **yk** er nu tilgængelige i andre værksteder. For at undersøge dette nærmere, kan du fx indsætte **Beregninger**, og beregne værdien af variablerne **xk** og **yk** (læg mærke til at under indtastningen skrives de med fed, for at markere at der er tale om variable, som er genkendt af systemet). Læg også mærke til at lister skrives vandret i **Beregninger**, men lodret i Lister og regneark.

P	A xk	^B yk	C 🖸	xk	{1,2,5,7,9
=		=2*a[]+1		vk	{3,5,11,15,19
	1	3		[د ا	(, , , , ,
2	2	5			
3	5	11		<i>yk</i> [5]	1
	7	15		I	
5	9	19			
ò					
,					
3					
9					
0					
Ē	$\mathbf{y}\mathbf{k}:=2\cdot a[[]]$	+1			

Du kan også som vist referere til de enkelte celler ved hjælp af kantede parenteser.

Obs

xk og **yk** er såkaldte listevariable, dvs. listerne har nu fået tildelt et navn og dermed registreret som variable.

Cellereferencer og celleformler

Et beløb på 1000 kr. blev ved starten af 2004 indsat på en konto. Rentesatserne i perioden 2004 - 2008 var som vist i tabellen

År	2004	2005	2006	2007	2008
Rentefod i %	4,8	3,5	3,7	2,9	3,1

Lav et regneark, der viser, hvordan saldoen på kontoen har udviklet sig år for år.

Obs Anførselstegn kommer i par (ligesom parenteser). Opret et nyt Lister og Regneark værksted, og indtast tabellens oplysninger vist nedenfor. Læg mærke til, at når du indtaster *tekst* i en celle, *skal* teksten omsluttes af anførselstegn (gåseøjne) — ellers opfattes teksten som et variabelnavn.

•	A	в	С	D	E	F		4	A		в	С	D	E	F	G
=								=	:							
1	År	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo			1	Å	r	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo		
2	2004	4.8	1000					2		2004	4.8	1000	48.			
3	2005	3.5						3		2005	3.5					
4	2006	3.7						4		2006	3.7					
5	2007	2.9						5		2007	2.9					
6	2008	3.1						6		2008	3.1					
7								7								
8								8								
9								9								
10							↓ ▼ >			c2· b2						
<i>AI</i> "År"									2 -	100						

Obs

TI-Nspire CAS skelner – med undtagelse af tekststrenge – ikke mellem store og små bogstaver, så det er ligegyldigt om du skriver *c2* eller *C2*.

Tip

I stedet for at skrive *c2* i formlen kan du blot klikke på cellen C2 efterfulgt af Enter, og c2 vil blive indsat i formlen. Du kan udvide en søjle ved at trække i kanten helt oppe foroven!

I celle D2 skal det første års rente beregnes. Dette sker ved at indtaste formlen =C2*B2/100 i celle D2 (højre skærmbillede ovenfor, hvor det denne gang er *dig*, der sætter lighedstegnet!).

I celle E2 skal saldoen efter første år beregnes, dvs., indholdet i celle C2 og celle D2 skal lægges sammen. Dette sker med formlen =C2+D2 i celle E2.

Saldoen, der er beregnet i celle E2, er det beløb, der skal forrentes i det efterfølgende år. Indholdet af celle C3 skal derfor være det samme som indholdet af celle E2. Dette klarer du let ved at indtaste formlen =E2 i celle C3.

•	A	в	С	D	E	F	G
=							
1	År	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo		
2	2004	4.8	1000	48.	1048.		
3	2005	3.5	1048.				
4	2006	3.7					
5	2007	2.9					
6	2008	3.1					
7							
8							
9							
10							
СЗ	=e2						

•	А	в	С	D	E	F	G
=							
1	År	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo		
2	2004	4.8	1000	48.	1048,		
3	2005	3.5	1048.		2	r -	
4	2006	3.7					
5	2007	2.9					
6	2008	3.1					
7							
8							
9							
D2:	$E2 = \frac{c2 \cdot b2}{100}$						_12

Udfyldningen af resten af regnearket vil ske ved kopiering:

Formlerne, der skal stå i celle D3 og E3, er helt analoge til formlerne i celle D2 og E2 — blot skal cellereferencerne ændres, så de refererer til celler med samme relative/indbyrdes placering. Dette sker helt automatisk således:

Marker cellerne D2 og E2, og flyt markøren til feltets nederste højre hjørne (figuren til højre ovenfor). Markøren ændres til et 🛟 . Træk med musen en celle ned (venstre skærmbillede), og slip:

	A	В	С	D	E	F	G	^	۲	А		в	С	D	E	F	G	ì
=									=									
1	År	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo				1	År		Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo		Π	
2	2004	4.8	1000	48.	1048.				2		2004	4.8	1000	48.	1048.			
3	2005	3.5	1048.			1 ~			3		2005	3.5	1048.	36.68	1084.68			
4	2006	3.7							4		2006	3.7						
5	2007	2.9							5		2007	2.9						
6	2008	3.1							6		2008	3.1						
7									7									
8									8									
9								~	9									~
N	c2· b2						_12			-	c2· b2						_2	
D2:	E2 = 100	-		Ŧ					D2:	:E3 -	100			Ŧ				

Klik på cellerne D3 og E3 for at tjekke, om formlerne ser ud som forventet.

Obs

Et firkantet *celleområde* specificeres ved at angive øverste venstre celle og nederste højre celle. Mellem de to celler sættes et kolon (:). Cellerne C3, D3 og E3 indeholder nu formler, der kan kopieres til de tre resterende rækker. Så marker celleområdet C3:E3, og træk 3 rækker ned for at udvide den stiplede boks.

Hvis du ønsker, at beløbene skal vises med 2 decimaler, skal du vælge indstillingen Fast2 i dokument-indstillinger (på statusbjælken forneden).

P	A	В	С	D	E	F G		P	A		В	С	D	E	F	G
=							-	=								
1	År	Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo			1	År		Rentefod	Gl. saldo	Rente	Ny saldo		
2	2004	4.8	1000	48.	1048.			2		2004	4.8	1000	48.	1048.		
3	2005	3.5	1048.	36.68	1084.68			3		2005	3.5	1048.	36.68	1084.68		
4	2006	3.7						4		2006	3.7	1084.68	40.1332	1124.81		
5	2007	2.9						5		2007	2.9	1124.81	32.6196	1157.43		
6	2008	3.1			Ę	`		6		2008	3.1	1157.43	35.8804	1193.31		
7								7								
8								8								
9								9								
10							- 1	0								
C3:	E3 =e2					F	Ċ	C3:1	E6 =e	e2						

Absolutte cellereferencer

Hvis du vil lave en plan for afviklingen af et lån kan du stort set gå frem som i eksemplet ovenfor. Opret en ny side med et Lister og regneark værksted (der kan sagtens være flere indenfor den samme opgave).

•	A	в	С	D	E	F			A	в	С	D	E	F
=								=						
1	Lån	10000						1	Lån	10000				
2	Ydelse	300						2	Ydelse	300				
3	Rente	1.2						3	Rente	1.2				
4	Termin	Gl. Saldo	Rente	Afdrag	Ny restgæld			4	Termin	Gl. Saldo	Rente	Afdrag	Ny restgæld	
5	1	10000	120.	180.	9820.			5	1	10000	120.	180.	9820.	
6	2	9820.						6	2	9820.	117.84	182.16	9637.84	
7	3							7	3	9637.84	115.654	184.346	9453.49	
8	4							8	4	9453.49	113.442	186.558	9266.94	
9	5							9	5	9266.94	111.203	188.797	9078.14	
10	6							10	6	9078.14	108.938	191.062	8887.08	
<i>B6</i>	=e5						1	413:	:A47 9					

Begynd som vist på det første skærmbillede. Dog skal du her sikre, at referencerne til B2 (ydelsen) og B3 (renten) i dine formler forbliver uændrede under en kopiering. Dette klarer du ved at *låse* cellereferencen ved at indsætte \$-tegn foran såvel søjlebetegnelsen (så du låser søjlen, hvorefter man kun kan rykke op og ned ved en kopiering) som rækkebetegnelsen (så du også låser rækken, hvorefter cellen ligger helt fast).

Indtast derfor formlerne:

i celle B5	=b1
i celle C5	=b5*\$b\$3/100
i celle D5	=\$b\$2-c5
i celle E5	=b5-d5
i celle B6:	=e5

og kopier (som ovenfor) i to omgange!

Ved at scrolle nedad kan du se at lånet er betalt tilbage efter 43 terminer:

۰	А	в	С	D	E	F
=						
39	35	2497.61	29.9713	270.029	2227.58	
40	36	2227.58	26.731	273.269	1954.31	
41	37	1954.31	23.4517	276.548	1677.76	
42	38	1677.76	20.1331	279.867	1397.9	
43	39	1397.9	16.7747	283.225	1114.67	
44	40	1114.67	13.376	286.624	828.046	
45	41	828.046	9.93655	290.063	537.983	
46	42	537.983	6.45579	293.544	244.438	
47	43	244.438	2.93326	297.067	-52.6284	
48						
E47	⁷ =b47−d47	,				



Obs En *liste* kan fx være en navngivet søjle i et regneark.

🔟 Diagrammer og statistik

I Diagrammer og Statistik værkstedet kan du visualisere data i mange forskellige diagramtyper, undersøge data, lave kurvetilpasning, arbejde med deskriptiv statistik og udføre en hypotesetest. Diagrammer og Statistik er meget tæt forbundet med Lister og Regneark.

Tilføjer du et Diagrammer og Statistik værksted til et tomt dokument, får du blot at vide, at der ikke er nogen lister til stede. Start derfor i Lister og Regneark [©].

Indtastning og plot af data

Tallene i nedenstående tabel viser trykket i forskellige dybder under havoverfladen

Dybde (m)	10	13	35	40	100
Tryk (atm)	1.96	2.25	4.36	4.84	10.60

Afbild tabellen som et punktdiagram og undersøg sammenhængen mellem dybde og tryk.

Opret et nyt dokument og tilføj et Lister og Regneark værksted. Navngiv de to søjler *Dybde* og *Tryk*.

•	A dybde	^B tryk	С	D	E	F	G		dybde	^B tryk	С		Påskrift: dybde	
=								=						
1	10	1.96						1	10	1.96				4 0
2	13	2.25						2	13	2.25				0
3	35	4.36						З	35	4.36		ariabel	• 10	
4	40	4.84						4	40	4.84		øje va		
5	100	10.6						5	100	10.6		at tilf		
6								е				lik for		13
7								7				×		
8								8						
9								S						● Foo
10								1)			2		
A7	17							A.	7		2		Klik for	at tilføje variabel

Obs

Får du behov for at tilpasse søjlebredden, placerer du markøren på skillelinjen mellem to søjler i navnefeltet og trækker den til den ønskede bredde.

Tip

X-Y-Punktgrafen kan også tegnes som en hurtiggraf: Marker de to søjler – fx ved at pile helt op i loftet og holde SHIFT nede, mens du piler til højre. Eller klik i A og træk over til B. Højreklik og vælg Hurtiggraf i Data-menuen. Der er flere måder at indsætte et Diagrammer og statistik-værksted. Her gør vi det manuelt ved at vælge lodret opdeling 🔲 i sidelayoutmenuen 🗮 •.

Indsæt et Diagrammer og Statistik værksted, og straks kommer der en ustruktureret graf med 5 data-punkter drysset tilfældigt ud over grafrummet.

Du skal nu blot fortælle, at dybde skal knyttes til *x*-aksen og trykket skal knyttes til *y*-aksen. I bunden af skærmen klikker du på

[Klik for at tilføje en variabel],

og der kommer en valgliste. med mulige variabler frem. Vælg **dybde** og datapunkterne drysser ned på førsteaksen. Klik derefter i venstre side af skærmen i den lodrette tekst

[Klik for at tilføje en variabel]. Så kommer der igen en valgliste frem, og du vælger her **tryk**.



Lineær regression

Vælg

Tip Du slipper af med regressionslinjen med

dybde

1

2

3

4

5

6

8

De 5 datapunkter udviser et pænt lineært forløb, så det vil være naturligt at prøve at lægge en ret linje mellem punkterne. Du kan direkte få bestemt den bedste rette linje gennem datapunkterne i Diagrammer og Statistik-værkstedet:

4:Undersøg data ► 6:Regression ► 1:Vis lineær (mx+b)

4:Undersøg data 6:Regression 1:Skjul lineær

de	^B tryk	C Î	-		$y=stat.RegEqn(x)$ $y=0.09599 \cdot x+1.000$	08
			10 -	y = 0.09599 ⋅ x+1.0008		
10	1.96					
13	2.25					
35	4.36		0			
40	4.84		×			
100	10.6		₽ 6-			
			-	ø		
				A		

Tip

Regressionsligningen finder du i Stat.RegEqn ved at trykke på ^(m) tasten i Beregninger. Så let kan det gøres! Læg i øvrigt mærke til, at denne metode ikke er forbeholdt lineær regression. Læg mærke til at regressionsligningen kun vises i grafrummet, så længde regressionslinjen er markeret!

Boxplot

10 30

50 70 90 dvbde

1. Boxplot fra rådata

Man har observeret 16 bilers hastighed gennem en by, hvor den højest tilladte hastighed er 50 km/t. De observerede hastigheder var

70, 61, 55, 60, 52, 49, 72, 54, 48, 53, 47, 62, 49, 51, 52, 50

Tegn boxplottet for denne fordeling.

Tip

Også denne gang kan du oprette grafen med hurtiggraf ved at markere søjlen, højreklikke og vælge Hurtiggraf fra Data-menuen. Tast hastighederne ind i en søjle i et Lister og Regneark-værksted. Navngiv søjlen **hastighed** — ellers bliver den ikke tilgængelig i Diagrammer og Statistikværkstedet.

Tilføj herefter et Diagrammer og Statistik-værksted, og knyt variablen **ha-stighed** til *x*-aksen:

•	A hastighed	в	С	D	E	F	¢	•	A hastighed	в	C]			
=								=							
1	70							1	70						
2	61							2	61			el			
3	55							3	55			variab			
4	60							4	60			ifføje -			
5	52							5	52			or at t			
6	49							6	49			Kuk f			
7	72							7	72						
8	54							8	54						
9	48							9	48						
10	53							10	53				<u></u>	00	
A1	.7 70							Α 7	70			46 48 50 52 54 56 5 ha	8 60 62 64 stighed	66 68 70 72 7	74

Højre-klik i arbejdsområdet, vælg **Boxplot** i menuen, og boxplottet tegnes. Ved at flytte markøren til boxplottets linjer, kan du få oplyst kvartilsættet:



Du kan plotte middelværdien sammen med et boxplot:

4:Undersøg data ► 8:Plot værdi.

Indtast mean(hastighed) i det indtastningsfelt, der kommer frem:



Tip Benyt ^(m) til at indsætte variablen hastighed. Du kan let skifte mellem de forskellige plottyper: Prikplot, Boxplot, Histogram og Normalfordelingsplot. Prøv mulighederne. Nedenfor er vist det standardhistogram, TI-Nspire CAS leverer. Hvis du ønsker større intervaller i histogrammet kan du gribe og trække i skillelinjerne — eller lave (mere præcise) indstillinger ved at kalde histogrammets kontekstmenu frem ved at højre-klikke, og vælge

5:Søjleindstillinger > Lige store intervaller



2. Boxplot efter en hyppighedsliste

Et matematikhold fik til skriftlig eksamen følgende karakterer

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
Hyppighed	2	3	3	5	7	3	2

Tegn boxplot for denne fordeling

Opret et nyt Lister og Regneark-værksted. Indtast tabellens oplysninger som vist nedenfor (venstre skærmvindue). Vælg

^{1,3,5} 3:Data ▶ 8:Kombinationsdiagram.

Indstil dialogen som vist på næste side, og tast Enter. Du vil da få tegnet et stolpediagram på en delt side.

Tip Du kan også markere de to søjler, højreklikke og vælge Kombinationsdiagram fra Data-menuen.



Obs

Læg mærke til den lille ikon , der dukker op, i nederste venstre hjørne. Den viser, at der er tale om et kombinationsdiagram. Højreklik for at ændre graftypen til boxplot:



3. Sammenligning af boxplot

I to klasser er fraværet for et kvartal opgjort til

Antal dage	0	1	2	3	4	5	6	7	18	20
Antalelever 1a	1	5	4	5	3	4	2	2	1	1
Antalelever 1b	3	6	2	8	2	3	1	1	0	0

Sammenlign fraværet i de to klasser ved at tegne boxplot for begge.

Indtast data i et Lister og Regneark værksted, navngiv søjlerne dage samt a_1 og b_1 (idet et søjlenavn ikke må begynde med et tal ©) og marker hele dataområdet! Du kan nu få tegnet dataområdet ved at vælge

^{1,3,5} 3:Data ► 5:Kombinationsdiagram.

Indstil dialogen som vist på næste side, og tast Enter.

Tip Hvis du ikke markerer området, kan du kun vælge én værdiliste. Du kan dog siden i Diagrammer og Statistik tilføje endnu en værdiliste.



Læg mærke til at vi kan farvelægge de to søjlediagrammer individuelt og at vi tilsvarende kan farvelægge tallene i de to tilhørende hyppighedslister individuelt. Det sker ved at klikke i en søjle i diagrammet henholdsvis en celle i tabellen og anvende farvemenuerne i formatbjælken oven over arbejdsvinduet.

Vi har få tegnet to stolpediagrammer på den delte side. Højreklik for at ændre graftypen til **boxplot**. I første omgang fremhæves atypiske observationer, her de to elever med et fravær på 18 henholdsvis 20 dage. Men det kan vi fjerne ved at højreklikke og vælge Udvid boxplotgrænser.



χ^2 -test

1. χ^2 -test for uafhængighed

I dette og det næste afsnit skal du med TI-Nspire CAS regne et par af de opgaver der er i Susanne Christensens artikel "At træffe sine valg i en usikker verden".

En forretningskæde vil undersøge, om farven på indpakningen af nye kartofler påvirker salget.

Butikken sælger derfor i en periode poser med samme slags kartofler, alle med 2,5 kg/ pose og til samme pris.

Der bliver i alt sendt 600 poser kartofler ud i butikkerne, hvoraf 520 bliver solgt. Af de solgte poser er 375 gule, og der er 55 gule poser tilbage. De øvrige poser er blå.

Undersøg, om der er grundlag for at påstå, at farven påvirker salget af kartofler.

Først skal du lige vha. lidt hovedregning regne ud, at der er solgt 145 blå poser, og der er 25 blå poser tilbage.

Indtast oplysningerne i et Lister og Regneark værksted:

	A	B gul	⊂ blå	D	E	F	G	2
=								
1	solgt	375	145					
2	ikke solgt	55	25					
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								-
СЗ								Ĩ

Du skal nu afgøre, om de oplyste data er i rimelig overensstemmelse med nulhypotesen om uafhængighed mellem farve og antal solgte poser. Hertil skal du benytte den indbyggede test for uafhængighed af to variable.

Testen kan klares direkte i Lister og Regneark:

Vælg

```
\overline{\mathbf{X}} 4:Statistik \blacktriangleright 4:Statistiske tests... \blacktriangleright 8:\chi^2 uafhængighedstest...
```

Guiden forventer, at du indtaster navnet på en matrix/tabel med observationerne. Dette kan du klare ved at indtaste {gul,blå}idet en liste af lister netop opfattes som en matrix/tabel:

	A	B gul	⊂ blå	D	E	F	3	ø	A	B gul	⊂ blå	D	E F
=								=					=χ²2way({gul,blå}): Copy
1	solgt	375	145					1	solgt	375	145	Titel	χ²–uafhængighedstest
2	ikke solgt	55	25					2	ikke solgt	55	25	χ²	0.38672
3								3				PVal	0.534029
4	(df	1.
5	X ² -uafhængighedstest							5				E×pMatri×	[[372.66666666667,57
6	Observeret matrix: (gul,blå)							6				CompMatrix	[[0.014609421586167,
7		1. resultat kolor	nne: d[]					7					
8				OK Ann	uller			8					
9								9					
10								10					
C3								E :	=χ²2way({ gu]	l, blå }):	CopyVa	r Stat., Stat1.	

Af skærmbilledet til højre fremgår:

- 1. χ^2 teststørrelsen har værdien 0.38672
- 2. *p*-værdien er 53.4%, dvs. sandsynligheden for at finde en teststørrelse, der er mindst lige så skæv som den observerede, er 53.4%. Nulhypotesen accepteres altså på signifikansniveauet 5%.
- 3. Teststørrelsen er χ^2 fordelt med 1 frihedsgrad.

Obs Søjlenavnene *gul* og *blå* er variabelnavne. Rækkenavnene 'Solgt' og 'ikke solgt' er bare celletekst.

4. De forventede værdier finder du i matricen ExpMatrix og enkeltbidragene til χ^2 - teststørrelsen finder du i CompMatrix. Vil du se de to matricer sker det nemmest i et Beregnings-værksted, hvor de hentes via var -knappen.

stat1.ExpMatrix	372.667 57.3333 147.333 22.6667
stat.CompMatrix	$\begin{bmatrix} 0.014609 & 0.094961 \\ 0.036953 & 0.240196 \end{bmatrix}$

Du får ikke oplyst den kritiske værdi for en test på signifikansniveau 5%. Skal du bruge denne, må du selv beregne den. Hertil skal du benytte den inverse χ^2 - fordeling med 1 frihedsgrad. Du kan foretage beregningen i såvel Beregnings-værkstedet som i et Lister og Regneark-værksted. Det nemmeste er i Beregnings-værkstedet:

Vælg

X 6:Statistik \blacktriangleright 5:Fordelinger \blacktriangleright 9:invers χ^2 ,

stat1.ExpMatrix	$\begin{bmatrix} 372.667 & 57.3333 \\ 147.333 & 22.6667 \end{bmatrix} \stackrel{\frown}{\frown}$	stat1.ExpMatrix	$\begin{bmatrix} 372.667 & 57.3333 \\ 147.333 & 22.6667 \end{bmatrix}^{\frown}$
	$\begin{bmatrix} 0.014609 & 0.094961 \\ 0.036953 & 0.240196 \end{bmatrix}$	stat.CompMatrix	$\begin{bmatrix} 0.014609 & 0.094961 \\ 0.036953 & 0.240196 \end{bmatrix}$
Areal: 0.95		$inv\chi^2(0.95,1)$	3.84146
Frihedsgrad, df. 1			

og indtast som vist:

Dette viser, at den kritiske værdi er 3.84. Da χ^2 -teststørrelsen ligger langt under den kritiske værdi kan vi ikke forkaste nulhypotesen.

2. χ^2 -test for Goodness of Fit

Med χ^2 -test Goodness of Fit kan du undersøge, om et observeret datasæt følger en forventet fordeling.

En mindre restaurant med et menukort bestående af 5 forskellige, men faste menuer plejer at have følgende ordrefordeling på disse:

menu 1: 30 %, menu 2: 25 %, menu 3: 20 %, menu 4: 15 % og menu 5: 10 %.

Restauranten foretager sine indkøb for at imødegå en efterspørgsel, der følger dette mønster. Imidlertid er man flere gange i den seneste tid løbet tør for menu 5, og man ønsker at afgøre, om det er en tilfældighed, eller om man skal revidere indkøbsplanerne.

I den seneste uge har man haft 543 gæster. Af disse bestilte 152 menu 1, 101 bestilte menu 2, 110 bestilte menu 3, 91 bestilte menu 4 og 89 bestilte menu 5.

Skal man revidere indkøbsplanerne?

Hypotesen H_0 er her, at ordrefordelingen i den sidste uge (stikprøven) ikke adskiller sig signifikant fra den sædvanlige ordrefordeling. Dvs., at den forventede ordrefordeling blandt de 543 gæster kan beregnes vha. de givne procenter

Opret et nyt Lister og Regneark værksted, tast oplysningerne ind og beregn de forventede værdier (med en celleformel):

ø	А	^B frekvens	⊂ observeret	forventet	E	F	2
=				=frekvens*sur			
1	Menu 1	0.3	152	162.9			
2	Menu 2	0.25	101	135.75			
3	Menu 3	0.2	110	108.6			
4	Menu 4	0.15	91	81.45			
5	Menu 5	0.1	89	54.3			
6							
7							
8							
9							
10							۱L اک
D	forventet:=	frekvens · su	m(observeret)			/	-

Vælg

 $\overline{\mathbf{X}}$ 4:Statistik \blacktriangleright 4:Statistiske tests... \blacktriangleright 7: χ^2 Goodness of Fit test.

Guiden forventer, at du giver navnet på en liste med observerede værdier (**observeret**), en liste med forventede værdier (**forventet**) og antallet af frihedsgrader (antal rækker - 1 = 4).

Denne gang får vi også tilbudt en grafisk illustration af testen, hvilket vi bør tage imod O:
6: Diagrammer og Statistik

4	^B frekvens ⊂ observe	eret 🗅 forventet	E F		@	t	E	F		$\chi^2 = 32.9374$
=		=frekvens*sur			=	*su		=χ ² GOF('observeret,'forve	-	r vai – 0.0000
1 Menu 1	0.3	152 162.9			1	j2.9	Titel	χ²–Goodness of Fit test	0.40 -	
² Menu 2	0.25	101 135 75	X		2	5.75	χ ²	32.9374		
³ Menu 3	χ -doodness of Fit test	110 100 100			3	98.6	PVal	0.000001	हु 0 .30 -	
4 Menu 4	Observeret liste:	observeret 👻			4	1.45	df	4.	d/An	
⁵ Menu 5	Forventet liste:	'forventet 💌			5	54.3	CompLis	{0.72934315531001,8.8	æthe	
6	Frihedsgrad, df:	4 🔹			6				0.20 -	٨
7	1. resultat kolonne:	e[]			7				-	$ \rangle$
8	Tegn: [Skraver P-værdi			8				0.10-	
9		OK Annuli	er		9					
0					10			2	0.00	
forventet:=frekvens· sum(observeret)					G					6 12 18 24 X

p-værdien er her meget lille (0.000001), så lille, at restauranten må tage deres indkøbsplaner op til revision.

Vi har måttet regulere på grafen for at kunne få plads til teststørrelsen. Denne gang er p-værdien er dog så lille at arealet til højre for teststørrelsen ikke kan ses på grafen!

3. Terningespil

Du har en mistanke om, at en af dine venner har en "falsk" terning.

Derfor har du i al hemmelighed noteret udfaldet af alle vedkommendes kast med terningen gennem en hel aftens spil. Dine optegnelser viser, at terningen er endt på "1" i alt 5 gange, "2" i alt 4 gange, "3" i alt 5 gange, "4" i alt 6 gange, "5" i alt 5 gange og "6" i alt 13 gange.

Giver dine observationer anledning til at din mistanke bestyrkes?

Nulhypotesen H_0 er her, at terningen er "ægte". Du forventer således en ligelig fordeling af øjentallene i de 38 observationer. Indtast oplysningerne i et Lister og Regneark værksted:

	A udfald	sandsynlighed	⊂ observeret	□ forventet	E	F	
=				=sandsynlig			
1	etter	1/6	5	6.33333			
2	toer	1/6	4	6.33333			
3	treer	1/6	5	6.33333			
4	firer	1/6	6	6.33333			
5	femmer	1/6	5	6.33333			
6	sekser	1/6	13	6.33333			
7							
8							
9							
10							2
D	forventet:=sandsynlighed · sum(observeret) · 1.						

Tip Læg mærke til at man kan tvinge regnearket til at regne numerisk ved at gange med 1. i formlen (altså et decimalpunktum).

Vælg

X 4:Statistik \blacktriangleright 4:Statistiske tests... \blacktriangleright 7: χ^2 Goodness of Fit test.

6: Diagrammer og Statistik

Guiden forventer, at du giver navnet på en liste med observerede værdier (**observeret**), en liste med forventede værdier (**forventet**) og antallet af frihedsgrader (antal rækker - 1 = 5):



Med en p-værdi på 0.12 er der således ingen statistisk evidens mod 0-hypotesen.

📃 Noter

I værkstedet Noter kan du skrive og formatere den tekst, der skal ledsage din opgave. I teksten kan du indsætte formler, figurer og specialtegn

Indtastning af tekst

Opret et nyt dokument og tilføj et **Note**-værksted. Læg mærke til at formateringsbjælken nu er aktiv:

TI-Nspire Sans 💌 11 💌 🗛 🗛 B I U Aª Aa ABC

Når du skriver tekst, kan du altså frit vælge skriftspe, skriftstørrelse osv. Du kan også frit kombinere om skriften skal vises i **fed**, *kursiv*, <u>understreget</u> osv.



At skrive tekst i Note-værkstedet går altså helt af sig selv ved at benytte computerens tastatur. Specialtegn indsættes fra Tegn-fanen i sidepanelet (under Hjælpeprogrammer) eller fra menupunktet der indeholder skabeloner til de vigtigste notationer i geometri:



3:Indsæt ▶ 3:Specialtegn

% • <u>△</u> • <u></u> • <u>A</u> •	_	
2+2= 1:Handlinger	•	
?// 2:Skabeloner		
3:Indsæt	1:Matematikfelt (Ctrl+M)	
4:Formater	H ₂ 2:Kemifelt (Ctrl+E)	
5:Indstillinger for matematikfelt	∠ 3:Specialtegn →	1:Vinkel
$\int \Sigma$ 6:Beregninger	4:Kommentar +	2:Trekant
•		3:Cirkel
		4:Linje
		5:Linjestykk
		6:Hal√linje
		7:Vektor

Indtastning af formler

Tip De almindelige genveje til *kopier* Ctrl/Cmd C og *indsæt* Ctrl/Cmd V kan også benyttes i TI-Nspire CAS. Du kan således fx kopiere fra Beregninger til Noter.

Indsæt et nyt Note-værksted med Ctrl/Cmd I. Du skal nu indtaste denne tekst i Noter:

Ligningen $x^2 = 2$ har løsningen $x = \sqrt{2}$ eller $x = -\sqrt{2}$

Teksten indeholder to *matematikfelter*, nemlig selve ligningen og løsningen. Start med at indtaste ordet "Ligningen" efterfulgt af mellemrum.

Vælg nu menupunktet

3:Indsæt > 1:Matematikfelt,

(eller højreklik) og skriv $x^2 = 2$ i feltet. Tryk på \rightarrow for at komme ud af matematikfeltet.

💥 • 🖾 • 🚣 • TI-Nsp	ire Sans 🔻 11 👻 🗛 🗛	
2+2= 1:Handlinger		
?// 2:Skabeloner		ļ
😫 3:Indsæt 🔹	1:Matematikfelt (Ctrl+M)	ĺ
4:Formater	H ₂ 2:Kemifelt (Ctrl+E)	
5:Indstillinger for matematikfelt	A 3: Specialtegn	
$\int \Sigma$ 6:Beregninger	[♥] 4:Kommentar →	

Skriv så " har løsningen ". Indsæt et nyt matematikfelt (gerne med Ctrl/Cmd M), hvori du indsætter kommandoen, der løser ligningen. Hertil kan du bruge

∫∑ 6:Beregninger → 3:Algebra → 1:Løs ligning

Læg mærke til at du har adgang til stort set alle matematikkommandoerne fra menuen

 $\int \Sigma$ 6:Beregninger

Hvis du taster Enter mens du er i matematikfeltet, så vil TI-Nspire CAS løse ligningen og returnere løsningen (højre skærmbillede nedenfor)

Ligningen $x^2=2$ har løsningen solve $\left(x^2=2x\right)$	Ligningen $x^2=2$ har løsningen solve $(x^2=2,x) + x=\sqrt{2}$ or $x=\sqrt{2}$

Tip

Tip

Hvis du har løst ligningen i et Be-

kan du hente en kopi og indsætte

automatisk.

regnings-værksted,

denne. Matematikfeltet indsættes da

Genvejen til et matematikfelt er Ctrl/Cmd M.

Tip Du løser ligningen numerisk ved at taste Ctrl/Cmd Enter Resultatet er dels at ligningen løses, dels at et nyt matematikfelt indsættes automatisk på næste linje. Det nye matematikfelt skal slettes igen ©

Højre-klik i matematikfeltet og indstil som vist nedenfor

Ligningen x ² =2 har løsningen solve(x ² =2,x) ,	1:Vis advarselsinfo 2:Klip 3:Kopier 4:Indsæt 5:Slet 6:Formater tekst 7:Farve 9:Handlinger	Attributter for matematikfelt (Aktue)

Tip

Alternativt kan du benytte 2+2= 1: Handlinger 3:Udregn deludtryk og udskift med svar (her undgår du, at udskriften er grøn).

Obs

Når du begynder at redigere i input forsvinder output Med skjult input ser resultatet således ud (efter du er trådt ud af matematikfeltet!):

```
Ligningen x^2=2 har løsningen x=\sqrt{2} or x=\sqrt{2}
```

Så er vi næsten færdige med indskrivningen. Det ser dog ikke pænt ud at der står "or" i stedet for eller. Da vi ikke kan rette i et output, må vi i stedet tilrette ligningen, så den kun har en positiv løsning. Klikker du i matematikfeltet kan du indsætte begrænsningen |x>0 og igen taste Enter. Så får du kun vist den positive løsning. Fortsæt udenfor matematikfeltet med at skrive eller og indsæt en kopi af matematikfeltet, hvor du udskifter begrænsningen med |x>0

Endelig kan du slippe af med den grønne farve ved at sværte matematikfelterne til og farve teksten sort 🗇

Om at rette i formler

En af de store fordele ved at arbejde i Note-værkstedet (fremfor Beregningsværkstedet) er, at du kan redigere i en indtastning uden at skulle lave en kopi.

Du skal nu ændre teksten til

Ligningen $x^2 = 3$ har løsningen $x = \sqrt{3}$ eller $x = -\sqrt{3}$

At ændre til $x^2 = 3$ går helt af sig selv. Den anden ændring er lidt mere kompliceret, da inputtet jo er skjult, men hvis du klikker i matematikfeltet, kommer inputtet til syne, og du kan redigere. Afslut med Enter:

Ligningen $x^2=3$ har løsningen $x=\sqrt{2}$ eller $x=\sqrt{2}$.	Ligningen $x^2=3$ har løsningen $x=\sqrt{3}$ eller solve $(x^2=2,x) x<0+x=\sqrt{2}$.

Samspillet med Beregnings-værkstedet

Hvis du placerer et **Beregnings**-værksted og et **Note**-værksted i to nabovinduer kan du *trække* dine beregninger fra **Beregnings**-værkstedet over i **Note**-værkstedet. Det er smart, hvis du vil lave pæne opgavebesvarelser.

Åbn Sidelayout-menuen 🕂 og vælg layouttype 2 🔟, dvs. lodret split (eller layouttype 3, dvs. vandret split 📃):



I Beregnings-værkstedet har vi nu tilsvarende løst ligningen $x^3 = 2$. Sværter vi nu et matematikfelt til, kan vi trække det over i Note-værkstedet som et matematikfelt, idet markøren ændres til en gribende hånd



Men vi kan *ikke* trække tekstfelter (kommentarer) over i **Note**-værkstedet, idet de også konverteres til matematikfelter. **Beregnings**-værkstedet egner sig derfor bedst til kladdeberegninger, hvor de beregninger, der løser opgaven, efterfølgende trækkes over i **Note**-værkstedet.

En opgave løst i Note-værkstedet

To personer bestemmer en flods bredde vha. et målebånd og en vinkelmåler. De to personer står med 11 meters afstand og måler sigtevinklerne A og C til et træ på den anden side af floden. Vinkel A måles til 79° og vinkel Ctil 64° (se figur)

- c) Bestem |BC|
- d) Bestem flodens bredde, dvs. højden fra *B* i trekant *ABC*



Nedenfor ser du opgaven løst i et **Note-**værksted (idet du husker at vinkler måles i grader!)



Nok så vigtigt at være opmærksom på er dog metoden til at styre de trigonometriske beregninger i **Note**-værkstedet. Her skal man være særlig opmærksom på om man arbejder i *grader* eller i *radianer*. Som udgangspunkt er indstillingerne i TI-Nspire CAS sat til at arbejde i radianer med undtagelse af **geometri**-værkstedet, der arbejder i grader. Disse standardindstillinger bør man *ikke* ændre på, da det kan få overraskende og helt utilsigtede virkninger i nogle af værkstederne, hvis man har glemt hvad

vinkelmålet er indstillet til, lige fra problemer med graftegning til problemer med løsning af differentialligninger!

Men i Note-værkstedet kan man sætte vinkelmålet i de enkelte matematikfelter! Det sker under attributter. Som standard er det sat til Auto, dvs. det henter de generelle indstillinger (der altså vil være radianer, hvis man ikke har pillet ved de genenrelle indstillinger). Men netop i trigonometriopgaver som den ovenstående kan man altså ændre dem til grader:

Attributter for matematikfelt (Aktuel)
Input og output: Vis input og output 👻
Indsæt symbol: =
Cifre i display: Auto 🗸
Vinkel: Auto
Omslut udtry Auto
Radian
✓ Vis advarsels _{Grader}
Nygrader

I løsningen af opgaven er der i øvrigt kun benyttet teknikker beskrevet ovenfor — dog lige bortset fra, at reducér -tegnet → er ændret til et lighedstegn = i udregningen af vinkel *B*. Det gør du ved at højre-klikke på det pågældende matematikfelt, vælge Attributter for matematikfelt og indstille i Indsæt symbol:

Opgave i trigonometri	Oppave i trigonometri					
To personer bestemmer en flods bredde vha. et målebånd og en vinkelmåler. De to personer står med 11 meters afstand og måler sigtevinkleme A og C til et træ på den anden side af floden. Vinkel A måles til 79° og vinkel C til 64° (se figur) a) Bestem BC b) Bestem flodens bredde, dvs. højden fra B i trekant ABC	Attributter for matematikfelt (Aktuel)					
a) Til bestemmelse af <i>BC</i> benyttes sinusrelationen: $\frac{\sin(A)}{BC} = \frac{\sin(B)}{AC}$	a) Omslut udtry \neq and $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}$					
Først bestemmes vinkel B: B = 180-4-C = 180-70-64 =	$F \emptyset$ \rightarrow Annuller					
Derefter sættes de kemdte st	De elationen					
solve $\left(\frac{bc}{\sin(79)} = \frac{11}{\sin(37)}, bc\right) \neq \vec{a}$ 3:Kopler 4:Indsæt	$solve\left(\frac{bc}{\sin(79)} - \frac{11}{\sin(37)}, bc\right) + bc = 17.9422$					
Dette viser, at siden BC har la _{5:Stet}	Dette viser, at siden BC har længden <u>17.94</u> .					
6:Formater tekst						
7:Farve						
8:Attributter for matematikfelt						
9:Handlingeringer Zoom (1)						

Tilbage er blot at få opgaven skrevet ud ☺.

8

📕 Vernier DataQuest

Vernier DataQuest er en implementering af Verniers datalogger LabQuest. Hvis du er fortrolig med Verniers LabQuest eller deres dataopsamlingsprogram Logger Pro, kender du de vigtigste funktioner i DataQuest-værkstedet.

Men det er også designet, så det kan spille sammen med resten af TI-Nspire CAS programmet.

Åbner du for Vernier DataQuest-værkstedet får du et arbejdsområde, der er opdelt i et oplysningspanel til venstre og et tomt datavindue til højre, hvor der står at du skal forbinde en sensor eller tilføje en off-line sensor (dvs. en sensor, der allerede har taget målinger off-line, og som nu skal aflæses).



Tip

Hvis du ikke allerede har åbnet for DataQuest-værkstedet åbnes dette automatisk, når du tilslutter en sensor. Der arbejdes med sensorer/målere, der forbindes til PC'en eller MAC'en via et USBstik. Nogle sensorer kan forbindes direkte andre via tilslutningsenheder. Man kan også tilslutte flere enheder ad gangen, fx via forskellige USB-stik på PC'en eller MAC'en, men her vil vi blot se på en enkelt sensor for at illustrere ideen. Vi vælger da en simpel sensor af særlig interesse for matematik, nemlig afstandsmåleren Go! Motion. Denne tilsluttes direkte til computeren via det medfølgende USB-stik.



Verniers Go! Motion virker som på samme måde som en flagermus, idet den kontinuerligt udsender ultralyd, der kastes tilbage fra omgivelserne. NB! Flagermusen er genert, så afstanden skal helst være mindst 1 meter!

Vi ser da straks at arbejdsområdet nu viser en måling, her en afstand på 0.586 m, at målingen er tidsbaseret og at et eksperiment varer 5 sekunder, hvor der tages 20 målinger i sekundet, dvs. i alt 100 målinger.

Afstandsmåleren virker ved at man placerer en genstand foran afstandsmåleren, der kan kaste ultralydssignalet tilbage. Afstanden udregnes ud fra tidsforsinkelsen. For at få et tydeligt signal kan det være nødvendigt at bruge en plade eller lignende, der gør det nemmere for afstandsmåleren at fange signalet.

Mit første eksperiment

Hvis vi nu bevæger os foran ultralydssonden kan vi optage vores bevægelse ved at klikke på startknappen



Mens eksperimentet kører forvandles den til en rød stop-knap. Vi bevæger os først hen mod sonden, står derefter stille et øjeblik og bevæger os til sidst væk fra sonden:



Tip

Hvis dit eksperiment driller i første omgang kan du starte et nyt eksperiment ved hjælp af menupunktet 2€1:Eksperiment > 1:Nyt eksperiment Den første datakørsel registreres som datasættet run1. Som standard vises grafvisningen, hvor man både ser placeringen (afstanden) og hastigheden som funktion af tiden. Ved at klikke på fanen for tabelvisning nederst i oplysningspanelet



kan vi skifte til **tabelvisningen**. Vi ser da at sonden også registrerer accelerationen for bevægelsen.

Analyse af eksperimentet

Når vi nu skal undersøge data står vi overfor et grundlæggende valg: Vil vi helt bruge TI-Nspire CAS egne analyseværktøjer fx fra værkstederne Lister og regneark kombineret med Diagrammer og statistik eller vil vi hellere bruge DataQuest-værkstedets egne analyseværktøjer?

Vælger vi at skifte til Lister og regneark kombineret med Diagrammer og statistik skal vi blot vælge menupunktet

7:Send til ▶ 1: Lister og regneark

Der oprettes automatisk et Lister og regneark-værksted med de optagne data. Herefter kan vi på sædvanlig vis indsætte fx en hurtiggraf med (tid,sted)-dataene:

	A run1.tid	^B run1.placering	⊂ run1.hastighed	□ run1.acceleration	•	A run1.tid	^B run1.placering	r 1	.7 -		
=					=					and a	e and a second s
1	0.05	1.61651	0.07905	0.856394	1	0.05	1.61651		_	80 Q	0
2	0.1	1.61924	0.12462	0.688752	2	0.1	1.61924		.5-	0	0
3	0.15	1.62929	0.153688	0.167633	3	0.15	1.62929	bui	-	00	0
4	0.2	1.63424	0.165073	-1.5433	4	0.2	1.63424	lacer 1	.3 -	0	0
5	0.25	1.64873	0.017817	-3.48857	5	0.25	1.64873			0	•
6	0.3	1.64052	-0.257873	-2.33018	6	0.3	1.64052			0 0)
7	0.35	1.61486	-0.247668	0.158217	7	0.35	1.61486	1	.1-	0 0	
8	0.4	1.61499	-0.171093	0.168819	8	0.4	1.61499		-	000	
9	0.45	1.60226	-0.234373	-0.112686	9	0.45	1.60226		.9-	Summer S	
10	0.5	1.5883	-0.209762	0.505561	10	0.5	1.5883			<u> </u>	
A 1	run1.tid				A:B	run1.tid			(0.0 1.0 2.0 3.0 run1.tid	4.0 5.0

Her vil vi dog blive i DataQuest-værkstedet for at illustrere nogle af de muligheder, der er specielle for netop dette værksted ©

1. Sporing og markering af vigtige begivenheder

Hvis du klikker i (tid,sted)-grafen dukker der en sporing op på grafen. Du kan nu bruge piletasterne til at rykke frem og tilbage langs grafen og aflæse de tilhørende koordinater i oplysningspanelet. Ved 'interessante' punkter på grafen kan du tilføje en kommentar ved at klikke på kommentar-ikonet **?** i oplysningspanelet:



Du kan også undersøge hastigheden du bevæger dig med ved at finde hældningen af grafen. Det kan gøres på mange forskellige måder. Her er et par stykker ©

2. Hældningen for en punktgraf/tangent

Vi kan tilføje en tangent til grafen ved at vælge menupunktet

본 4:Undersøg data 🕨 2:Tangent

(eller ved at højreklikke på grafen). Straks dukker der et lille linjeelement op på grafen, som følger med rundt ved sporingen. Du kan aflæse tangenthældningen i oplysningspanelet. Så til fx tiden 1.00 s er hældningen for stedgrafen -0.424 m/s, mens hældnin-

gen for hastighedsgrafen er -0.39 m/s². Hældningen for stedgrafen er selvfølgelig den samme som værdien af hastigheden aflæst på hastighedsgrafen O Data Quest bruger en raffineret *listedifferentiation* til at udregne tangenthældningen for en punktgraf baseret på to lister. Det er faktisk netop sådan hastighedsgrafen fremkommer. Hastigheden måles ikke direkte af ultralydssonden (selv om dopplereffekten kunne være brugt til dette formål). Den finder alene afstanden og udregner derefter hastigheden (og bagefter accelerationen).



3. Lineær regression

Vi kan også *vælge et udsnit af grafen* svarende til det stykke, hvor vi bevæger os hen mod ultralydssonden. Det sker ved at trække med musen fra det ene endepunkt til det andet eller endnu mere præcist at trække musen ned gennem tabellen (her fra 0.65 sekunder til 1.90 sekunder)



Så snart vi har valgt udsnittet kan vi arbejde videre med dette. Fx kan vi indlægge en ret linje ved hjælp af lineær regression:

4: Undersøg data ► 6:Regression/kurvetilpasning ► 1:run1.placering ► 1:lineær

(der er to grafer så vi skal vælge om det er sted-grafen eller hastighedsgrafen vi vil modellere).

Vi får da tegnet den lineære regression ind på sted-grafen, der følger den rette linje pænt på det viste udsnit. Vi får også registreret diverse informationer om den lineære regression, dels i form af en oplysningsboks om den lineære regression



Men vi kan også som vist se informationerne i oplysningspanelet: Regressionsligningen har hældningen <u>– 0.55 m/s</u>, hvor hastigheden er negativ, fordi vi bevæger os hen mod sonden. I modsætning til tangenthældningen der svinger op og ned, er dette altså en form for gennemsnitshastighed.

4. Statistik

Endelig kan vi finde gennemsnitshastigheden ud fra hastigheds-grafen. I så fald skal vi vælge statistik fra Undersøg data-menuen, dvs.

4: Undersøg data ► 5:Statistik ► 2:run1.hastighed

Vi får da tegnet minimum, gennemsnittet og maksimum ind på hastigheds-grafen. Vi får også vist en oplysningsboks om de statistiske nøgletal:



Det svarer altså til en gennemsnitshastighed på -0.51 m/s (hvilket netop er gennemsnittet af de 26 hastighedsmålinger)

5. Beregninger

Det ville selvfølgelig være nærliggende at udregne gennemsnitshastigheden ud fra den samlede tilbagelagte distance divideret med det samlede tidsrum. DataQuest-værkstedet rummer imidlertid ingen beregningsfaciliteter, så denne udregning må i stedet foretages i et Beregnings-værksted. Man kan da fx hente tallene i fx tabelvisningen:



Denne gang finder vi altså en gennemsnitshastighed på -0.52 m/s!

Da de forskellige metoder giver forskellige resultater er det nærliggende at angive gennemsnitshastigheden med en vis usikkerhed ©

6. Integral

Som den sidste metode bruger vi integralet til at udregne gennemsnitshastigheden, hvilket er en forholdsvis avanceret teknik ⁽ⁱⁱⁱ⁾. Men den giver anledning til at demonstrere, hvordan DataQuest-værkstedet håndterer integraler af punktgrafer.

Image: A state of the state

Som ventet sværtes arealet til og værdien af arealet tilføjet til oplysningspanelet, ligesom arealet også fremgår af en oplysningsboks. Læg mærke til at arealet er negativt ©. Det er altså reelt integralet vi finder på denne måde.



Gennemsnitsværdien, dvs. gennemsnitshøjden, findes da ved at dividere med grundlinjen, dvs. med tidsrummet. Men det må igen gøres i et Beregningsværksted ©

0.915-1.562 1.9-0.65	-0.5176
-0.64788 1.9-0.65	-0.518304
	E

Det giver næsten det samme som før! Den gennemsnitlige hastighed over tidsrummet fra 0.65 sekunder til 1.90 sekunder er altså -0.518 m/s.

Gå langs en graf

Vi slutter gennemgangen af DataQuest-værkstedet med at pege på et instruktivt og fornøjeligt interaktivt eksperiment man kan selv kan udføre med en Go! Motion sensor.

Vælg først et Nyt eksperiment fra Eksperiment-menuen for at rydde arbejdsområdet. Sørg for at du befinder dig i graf-visningen!

Vælg dernæst menupunktet

Image: A: Undersøg data → A:Gå langs en graf → 2:Ny tid-sted graf

Programmet vælger da en *tilfældig* stykvis lineær tid-sted-graf baseret på tre linjestykker, som du skal forsøge at simulere ved at gå foran bevægelsessonden [©]. Det kan fx se således ud:



Start med at forstå grafen:

- 1. Den vandrette akse er tidsaksen, som går fra 0 til 5 sekunder: Spadserturen foran sonden varer altså 5 sekunder.
- 2. Den lodrette akse er sted-aksen der rækker fra en afstand på 1.5 meter til en afstand på 6 meter.
- 3. Du begynder i en afstand af 3 meter og bevæger dig hen mod sonden først langsomt, så hurtigere.
- 4. Du når en afstand til sonden på 1.5 meter efter 3.33 sekunder. Derefter vender du bevægelsen og går langsomt væk fra sonden ...

Tryk derefter på start-kanppen og begynd at gå. Det er sjovest, hvis computerskærmbilledet kastes op på et lærred, så man tydeligt kan se i hvor høj grad dit bevægelsesmønster følger den foreslåede graf ©

Hvis du synes denne øvelse blilver fo rnem, kan du skærpe øvelsen betydeligt ved i stedet at forsøge at gå langs en tid-hastighedsgraf ved i stedet at vælge

Image: A: Undersøg data → A:Gå langs en graf → 3:Ny tid-hastighed graf God fornøjelse ☺